

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний технічний університет  
«Харківський політехнічний інститут»

**ВІСНИК**  
**НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ**  
**«ХПІ»**

*Серія: Інноваційні технології та обладнання обробки  
матеріалів у машинобудуванні та металургії*

**№ 43 (1086) 2014**

Збірник наукових праць

Видання засновано у 1961 році

Харків  
НТУ «ХПІ» 2014

2 січ. 2015р.

УДК 621.7:519.85

**В. М. МИХАЛЕВИЧ**, докт. техн. наук, проф., ВНТУ;

**Ю. В. ДОБРАНЮК**, канд. техн. наук, ст. викл. ВНТУ;

**В. А. МАТВІЙЧУК**, докт. техн. наук, проф. ВНАУ;

**Є. А. ТРАЧ**, аспірант, ВНТУ, Вінниця

## МОДЕЛІ ПІДСУМОВУВАННЯ РОЗСІЯНИХ ПОШКОДЖЕНЬ В ПРОЦЕСАХ ПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ

В даній роботі проаналізовано ключові аспекти моделей підсумовування пошкоджень та їх формалізація для розв'язання задач тривалої міцності та деформівності. Показано широке використання теорії деформівності в численних закордонних працях та здійснено аналіз використованої термінології ключових понять. Відзначено переваги застосування теорії деформівності, що базується на виборі певної моделі підсумовування пошкоджень у порівнянні з моделями руйнування, що вбудовані в сучасні програмні комплекси.

**Ключові слова:** граничні пластичні деформації, показник напруженого стану, моделі підсумовування пошкоджень, циліндрична заготовка, осадження.

**Вступ.** При розробці багатьох процесів обробки тиском суттєвим обмежуючим чинником є невисока пластичність матеріалу заготовки, що обробляється. Важливою задачею є виготовлення та експлуатація деталей і механізмів із забезпеченням необхідного запасу пластичності та міцності. Під час виготовлення деталей деформуванням на пластичність впливає велика кількість чинників. До таких чинників належать фізико-механічні властивості матеріалу, термомеханічні параметри технологічних процесів та ін. Під час холодного деформування великий вплив на пластичність матеріалу здійснює значення показника напруженого стану та закономірність його зміни в процесі пластичного формозмінення. Саме тому велика увага науковців зосереджена на дослідженні закономірностей накопичення пошкоджень. Впродовж багатьох десятиліть набуває розвитку феноменологічний підхід в теорії розсіяних пошкоджень. Моделі розсіяних пошкоджень використовуються науковцями для кількісної оцінки впливу напруженого стану та закономірностей його зміни під час деформування на граничну пластичну деформацію до руйнування, яка ідентифікується появою тріщини, що призводить до бракування деталей.

**Аналіз останніх досліджень та літератури.** На сьогоднішній день науковими школами було розроблено велику кількість моделей накопичення пошкоджень, за допомогою яких намагаються описати ключеві особливості та закономірності тих чи інших процесів деформування [1–7]. Але ще в значній частині вітчизняних та закордонних наукових праць застосовуються спрощені або занадто громіздкі моделі без чіткого розуміння правомірності або доцільноти їх використання для опису певного процесу пластичного

деформування. Особливої актуальності вибір моделі набуває під час імітаційного моделювання процесів не пружного деформування. Моделі руйнування матеріалу, що входять в базу даних відомих програмних комплексів імітаційного моделювання, виявляються абсолютно безкорисними навіть у відносно простих випадках.

**Ціль дослідження, постановка проблеми.** Тому однією із основних задач є аналіз наукових підходів та моделей накопичення пошкоджень як вітчизняних, так і закордонних науковців.

Для побудови незалежних моделей пошкоджень використовують діаграми пластичності [1–7], які описують залежність накопиченої граничної деформації від показника напруженого стану  $k$ , який можна представити у вигляді відношення гідростатичного тиску до інтенсивності напружень [7]:

$$k = \frac{\sigma_0}{\sigma_i}, \quad (1)$$

або у вигляді співвідношення [1–6]:

$$\eta = \frac{I_1(T_\sigma)}{\sqrt{3 \cdot I_2(D_\sigma)}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_n} = \frac{1}{3} \cdot k, \quad (2)$$

де  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  – головні напруження;  $\sigma_n$  – інтенсивність напружень:

$$\sigma_n = \sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (3)$$

Як зазначається в роботі [7], діаграма пластичності в зарубіжній літературі називається кривою деформаційного руйнування, а показник напруженого стану, який обчислюється за формулою (1) – triaxiality ratio [7–16].

В програмних комплексах скінченно-елементного моделювання досить часто використовуються апроксимація діаграми пластичності у вигляді співвідношення [7, 9]:

$$\varepsilon_{e_c} = 2,48 \cdot e^{\frac{3}{2}k}. \quad (4)$$

Подібних апроксимацій розроблено досить багато [2–4, 17], але головною задачею теорії деформівності залишається не розробка апроксимацій діаграми пластичності при стаціонарному деформуванні, а їх використання для оцінки граничних деформацій при нестаціонарних процесах деформування [2, 5].

В роботі [5] замість терміну «діаграма пластичності» вживається «крива граничних деформацій при стаціонарному деформуванні», що по суті відповідає термінології зарубіжних науковців та уточнює саме поняття. Для оцінки граничного стану заготовок при певному процесі обробки металів

тиском застосовують моделі накопичення розсіяних пошкоджень [1–6]. Класифікація та значний розвиток яких приведений в роботах [2–4].

Однією із найпростіших та найбільш поширених моделей накопичення пошкоджень є лінійна модель В. Л. Колмогорова [1–6]:

$$\psi(\varepsilon_u) = \int_0^{\varepsilon_u} \frac{d\varepsilon_u}{\varepsilon_{*c}[\eta(\varepsilon_u)]}, \quad \psi(0) = 0, \quad \psi(\varepsilon_*) = 1, \quad (5)$$

де  $\varepsilon_{*c} = \varepsilon_{*c}(\eta)$  – крива граничних деформацій під час стаціонарного деформування [1–6];  $\eta = \eta(\varepsilon_u)$  – траєкторії деформацій;  $\varepsilon_*$  – гранична деформація, що відповідає певній траєкторії деформацій.

Аналогом якої в теорії тривалої міцності є інтеграл Бейлі:

$$\psi(t) = \int_0^t \frac{d\tau}{t_{*c}[\sigma_i(\tau)]}, \quad \psi(0) = 0, \quad \psi(t_*) = 1, \quad (6)$$

де  $\psi$  – величина пошкодженості, яка характеризує ступінь зміни властивостей матеріалу;  $t_*$  – розрахунковий час до руйнування при заданому законі зміни інтенсивності напружень  $\sigma_i = \sigma_i(t)$  під час експерименту;  $t_{*c} = t_{*c}(\sigma_i)$  – крива тривалої міцності.

Використовуючи експериментально-аналітичну методику оцінки напружене-деформованого стану бічної поверхні циліндричних заготовок при віссесиметричному осадженні та модель накопичення пошкоджень (5), в роботі [5] розроблено методику побудови моделі граничних деформацій бічної поверхні циліндричних заготовок при торцевому стисненні, отримано модель та побудовано криву граничних деформацій при нестаціонарному деформуванні (рис. 1):

$$\begin{cases} \eta = \omega(\tau_*(m)) \\ \varepsilon_*(\tau_*(m), m) = m \cdot \int_0^{\tau_*(m)} \frac{1}{f(2, \tau) \cdot \cos^2(\tau)} d\tau \\ \frac{m}{a_2} \cdot \int_0^{\tau_*(m)} \frac{\exp \left[ \omega(\tau) \cdot \ln \left( a_1 \cdot \frac{1 - \omega(\tau)}{2 \cdot a_2} + a_2 \cdot \frac{1 + \omega(\tau)}{2 \cdot a_3} \right) \right]}{f(2, \tau) \cdot \cos^2(\tau)} d\tau - 1 = 0, \end{cases} \quad (7)$$

де

$$\begin{aligned} \omega(\tau) &= f(1, \tau) \cdot f(2, \tau), \\ f(k, \tau) &= \left( 1 + (-1)^k \cdot 3 \cos^{2k}(\tau) \right)^{\frac{(-1)^{k+1}}{k}}, \quad k = 1, 2, \end{aligned} \quad (8)$$

яка описує граничний стан бічної поверхні циліндричних заготовок при віссиметричному осадженні.

Із приведених на рис. 1 результатів видно наскільки різняться оціночні значення граничних деформацій при стаціонарному та нестаціонарному деформуванні. Це свідчить про недопустимість нехтування врахування зміни напруженого-деформованого стану бічної поверхні циліндричних заготовок при віссиметричному осадженні за умов інтенсивного бочкоутворення.

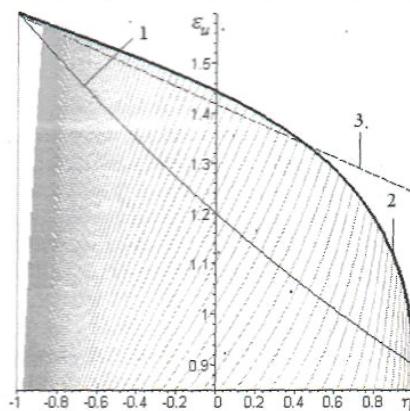


Рис. 1 – Криві граничних деформацій при віссиметричному осадженні циліндричних заготовок [5]: 1 – стаціонарне деформування; 2, 3 – нестаціонарне деформування; 2 – чисельний розв’язок; 3 – аналітичний розв’язок,  $e_u \approx 1,418 - 0,177\eta$ ; сірі лінії – траекторії деформування для різних значень параметра бочкоутворення  $m$

Із використанням найпростішої моделі накопичення пошкоджень можна отримати досить складну нелінійну модель граничних деформацій, головне наповнити її відповідними аналітичними залежностями опису певного процесу деформування. Трапляються випадки, коли, застосовання певних моделей накопичення пошкоджень відбувається без достатньо глибокого усвідомлення фізичного змісту і особливостей процесу деформування, в результаті науковці отримують не коректні результати, які помилково вважають достовірними.

Вказана ситуація досить часто відбувається під час імітаційного моделювання процесу деформування. Адже приведені в програмних комплексах моделі накопичення пошкоджень дають здебільшого оцінюючий результат, застосований для вузького кола задач. Проте умови коректного застосування подібних моделей в документації програмних комплексів відсутні. Розв’язання проблеми поєднання переваг традиційних та нових підходів дослідження процесів деформування запропоновано в праці [5] у вигляді комбінованої методики експериментально-аналітичного та імітаційного моделювання. Одна із головних особливостей вказаної методики полягає в

тому, що до отриманих в програмному комплексі результатів імітаційного моделювання застосовується модель граничного стану на основі певної моделі підсумовування пошкоджень.

**Висновки.** Розроблені в роботі [5] методики аналітичного опису граничного стану надають можливість отримати коректний умовам експериментального дослідження результат та розробити аналогічні моделі із використанням інших моделей підсумовування пошкоджень, кривих граничних деформацій при стаціонарному деформуванні, і аналітичного опису НДС заготовки.

**Список літератури:** 1. Смирнов-Аляев Г. А. . Сопротивление материалов пластическому деформированию. Инженерные методы расчета операций пластической обработки материалов / Г. А. Смирнов-Аляев – М. – Л. : Машгиз, 1961. – 463 с. 2. Огородников В. А. Деформируемость и разрушение металлов при пластическом формоизменении / В. А. Огородников – К.: УМК ВО, 1989. – 152 с. 3. Матвійчук В. А. Совершенствование процессов локальной ротационной обработки давлением на основе анализа деформируемости металлов: монография / В. А. Матвійчук, І. С. Алиев. – Краматорск : ДГМА, 2009. – 268 с. 4. Михалевич В. М. Тензорні моделі накопичення пошкоджень / В. М. Михалевич. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 1998. – 195 с. – ISBN 966-7199-20-7. 5. Михалевич В. М. Моделювання напруженно-деформованого та граничного станів поверхні циліндрических зразків при торцевому стисненні: монографія / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк. – Вінниця: ВНТУ, 2013. – 180 с. 6. Тарновский И. Я. Теория обработки металлов давлением / И. Я. Тарновский, А. А. Поздеев, О. А. Ганаго, В. Л. Колмогоров, В. Н. Трубин и др. – М. : Металлургиздат, 1963. – 665 с. 7. Боровик П. В. Новые подходы к математическому моделированию технологических процессов обработки давлением : Монография / П. В. Боровик, Д. А. Усатюк. – Алчевск : ДонДТУ, 2011. – 299 с. 8. Chiantoni G. Experimental study of the effect of triaxiality ratio on the formability limit diagram and ductile damage evolution in steel and high purity copper / G. Chiantoni, N. Bonora, A. Ruggiero // Int J Mater Form – 2010, vol. 3, Suppl 1: 171–174. 9. Gernot Trattnig Fracture of austenitic steel subject to a wide range of stress triaxiality ratios and crack deformation modes / Gernot Trattnig, Thomas Antretterb, Reinhard Pippa // Engineering Fracture Mechanics, – 2008, Vol. 75, Issue 2, P. 223–235. 10. Marusich T. Modelling and simulation of highspeed machining. / T. Marusich, M. Ortiz. // Int. J. NuMoscow Meth. Eng. –1995. – №38. –P. 3675–3694. 11. Rice J. R. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress field P. / J. R. Rice, D. Tracey. // J. Mech. Phys. Solid P. – 1969. – №17. – P. 201–217. 12. Mediavilla J. A nonlocal triaxiality-dependent ductile damage model for finite strain plasticity / J. Mediavilla, R.H.J. Peerlings, M.G.D. Geers // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. – 2006. – №195. – P. 4617–4634. 13. Bhaduria Shailendra Singh Effect of stress triaxiality on yielding of anisotropic materials under plane stress condition / Shailendra Singh Bhaduria, M. P. Hora, K. K. Pathak // Journal of Solid Mechanic P. – 2009. – Vol. 1, – No. 3. – P. 226-232. 14. Barsoum Imad The effect of stress state in ductile failure : doctoral thesis no. 69. / Imad Barsoum // KTH Solid Mechanic P. Royal Institute of Technology. SE-100 44 Stockholm, Sweden. – 2008. – P. 30. 15. Vadillo G. An analysis of Gurson model with parameters dependent on triaxiality based on unitary cells / G. Vadillo, J. Fernandez-Saez // European Journal of Mechanic P. – A/Solid P. – 2009. – Vol. 28, – Issue 3. – P. 417–427. 16. Darlet Adrien Stress triaxiality on free edges in elastoplastic structures [Electronic resource] / Adrien Darlet, Rodrigue Desmorat // LMT-Cachan, ENS Cachan/UPMC/CNRS/PRES UniverSud Paris – p. 3. – Access mode: <http://w3.lmt.ens-cachan.fr/PDFs/DARLET.2013.1.pdf>. 17. Михалевич В. М. Аппроксимация кривых предельной деформации сплайн-функциями / В. М. Михалевич, Л. И. Алиева // Обработка металлов давлением: сборник научных трудов. – Краматорск: ДГМА. – 2010. – №3(24). – С. 3–10.

**Bibliography (transliterated):** 1. Smirnov-Aljaev G. A. Soprotivlenie materialov plasticheskemu deformatirovaniyu. Inzhenernye metody rascheta operacij plasticheskoy obrabotki materialov G. A. Smirnov-Aljaev – MOSCOW – L. : Mashgiz, 1961. – 463 P. 2. Ogorodnikov V. A. Deformiruemost' i razrushenie metallov pri plasticheskem formoizmenenii V. A. Ogorodnikov – K.: UMK VO, 1989. – 152 P. 3. Matvijchuk V. A. Sovrshennstvovanie processov lokal'noj rotacionnoj obrabotki davleniem na osnove analiza deformiruemosti metallov: monografija V. A. Matvijchuk, I. P. Aliev. – Kramatorsk: DGMA, 2009. – 268 P. 4. Mykhalevych V. M. Tenzorni modeli nakopycheniya poshkodzen' V. M. Mykhalevych. – Vinnytsya :

