

УДК 331.101.264.22

КЛАСИ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

Магас Т.Є., к.т.н.

Вінницький національний аграрний університет

Приведений короткий класифікаційний аналіз використовуваних економіко-математичних моделей і їх застосування. Із проведеного аналізу слідує, що математичне моделювання економіки повинно бути інтелектуальним ядром розвитку інформаційних технологій та основним специфічним методом науки, що застосовується для аналізу та синтезу систем управління.

Ключові слова: модель, математична модель, економіко-математична модель, економічна система, методи.

Вступ. Під економіко-математичною моделлю розуміють концентроване вираження найсуттєвіших економічних взаємозв'язків досліджуваних об'єктів (процесів) у вигляді математичних функцій, нерівностей і рівнянь.

Існує велике число класифікацій типів економіко-математичних моделей, але їмне вдається охопити усе різноманіття соціально-економічних систем, об'єктів і процесів, що описуються різними моделями. Отже питання класифікації економіко-математичних моделей та їх застосування залишається актуальним.

Математична модель — це об'єкт, котрий створюється системним аналітиком для отримання нових знань про об'єкт-оригінал і відбиває лише суттєві (з погляду системного аналітика) властивості об'єкта-оригіналу. Аналізуючи сутність зазначеного вище, можна зробити, зокрема, такі висновки:

а) будь-яка модель є суб'єктивною, вона несе в собі характерні риси індивідуальності системного аналітика;

б) будь-яка модель є гомоморфною, тобто в ній відбиваються (віддзеркалюються) не всі, а лише суттєві властивості об'єкта-оригіналу виходячи з цілей дослідження, узяті системи гіпотез тощо;

в) можливе існування множини моделей одного й того самого об'єкта-оригіналу, які відрізняються цілями дослідження, ступенем адекватності тощо.

Модель вважається адекватною об'єкту-оригіналу, якщо вона з достатнім ступенем наближення, на рівні розуміння системним аналітиком модельованого процесу відображає закономірності процесу функціонування реальної економічної системи у зовнішньому щодо об'єкта дослідження середовищі.

Постановка завдання. Метою даної роботи є теоретичний аналіз існуючих методів математичного моделювання економічних систем і процесів, з коротким виділенням властивостей і характеристик моделей та

можливостей їхнього застосування для вирішення прикладних і практичних задач.

Результати. Відповідно до мети даного дослідження проаналізуємо економіко-математичні моделі з позиції їх основних класифікаційних ознак.

Найбільш загальний поділ моделей - за способом віддзеркалення дійсності. Ця класифікація відбиває також етапи формування моделі і міру формалізації об'єкту або процесу. Зупинимося далі на основних моделях цього класу.

Аналогова модель - модель, властивості якої визначаються законами, аналогічними законам системи, що вивчається.

Портретна модель – модель, що точно повторює структуру об'єкту і відношення між його елементами.

Знакова (символічна) модель - модель, в якій використовуються символи (знаки); співвідношення між величинами, що характеризують модельований об'єкт, описуються за допомогою рівнянь, що зв'язують ці символи.

Концептуальна модель – модель, що не містить ніяких ознак її реалізації і відбиває тільки суть модельованого процесу, тобто це попереднє, наближене уявлення про розглядуваний об'єкт або процес. Часто концептуальні моделі мають вигляд схеми, в якій фіксуються найбільш суттєві параметри і зв'язки між ними. На цьому етапі обмежуються зазвичай не кількісними, а якісними категоріями, тобто наприклад, відмічають, що така-то змінна зростає при збільшенні значень іншої. Точний вид залежності між змінними виявляється на наступних стадіях розробки моделі.

Структурна модель – ця модель є одним з основних типів економіко-математичних моделей при їх класифікації за способами вираження співвідношень між зовнішніми умовами, внутрішніми параметрами і шуканими характеристиками. Разом з функціональними моделями структурні моделі відображають структуру системи, що підлягає дослідженню, її внутрішні параметри, характеристики зовнішніх збурень. Типовими структурними моделями є моделі міжгалузевих зв'язків.

Функціональна модель – ця модель описує поведінку системи безвідносно до її внутрішньої структури. Якщо позначити входи і виходи модельованого об'єкту відповідно через X і Y , то побудова функціональної моделі зводиться до відшукування оператора D , що зв'язує X і Y , тобто $Y = D(X)$. При вивченні функціональних моделей виникають гіпотези про причини тих або інших реакцій об'єкту на дію зовнішнього середовища і, таким чином, відкривається шлях до аналізу його структури і формування структурних моделей; прикладом може слугувати модель поведінки споживачів в умовах товарно-грошових відносин. Один і той самий об'єкт може описуватись одночасно і структурною, і функціональною моделями. Наприклад, для планування окремої галузевої системи використовується структурна модель, а на народногосподарському рівні кожна галузь може бути подана функціональною моделлю.

За цільовим призначенням і застосуванням економіко-математичні моделі поділяються на теоретико-аналітичні, що використовуються під час дослідження загальних властивостей і закономірностей економічних процесів, і прикладні, що застосовуються у розв'язанні конкретних економічних задач (моделі економічного аналізу, прогнозування, управління). Економіко-математичні моделі можуть призначатися для дослідження різних сторін функціонування народного господарства (зокрема, його виробничо-технологічної, соціальної, територіальної структури) і його окремих частин. У класифікації можна виокремити моделі народного господарства загалом і його підсистем — галузей, регіонів тощо.

Балансова модель – модель, що представляє систему рівнянь, які задовольняють вимогам наявності ресурсу і його використання.

Описова модель – модель, що призначена для опису і пояснення спостережуваних фактів або прогнозу поведінки об'єктів, на відміну від нормативних моделей, що служать для визначення бажаного стану об'єкту.

Імітаційна модель - модель, що призначена для експериментального виявлення закономірностей функціонування системи і зазвичай включає не лише зв'язки, що описуються формальними рівняннями і нерівностями, але і логічні зв'язки, що визначаються значеннями змінних, які формуються в процесі реалізації прийнятого рішення. Такі моделі використовуються для описування складних процесів, що важко формалізуються, з метою виявлення основних закономірностей поведінки системи. Серед імітаційних моделей можна виділити комплекс моделей, призначених для імітації різноманітних господарських ситуацій: модель прогнозу ринкового попиту на продукцію підприємства (прогноз ринкової кон'юнктури); модель оцінки можливостей запуску у виробництво нових виробів (прогноз ринкового попиту); модель оцінки виробничих та реалізаційних можливостей підприємства на перспективу; модель імітації грошових потоків та порівняльної оцінки різних інвестиційних проєктів.

Дескриптивні моделі – моделі, що відповідають на запитання: як це відбувається чи як це найімовірніше може розвиватися далі? Іншими словами, вони лише пояснюють факти, які спостерігалися, чи дають прогноз. Застосування дескриптивного підходу в моделюванні економіки пояснюється необхідністю емпіричного виявлення суттєвих залежностей в економіці, встановлення статистичних закономірностей економічної поведінки соціальних груп, вивчення ймовірних шляхів розвитку якихось процесів за незмінних умов чи таких, що відбуваються без зовнішніх впливів. Прикладом дескриптивних моделей є виробничі функції та функції купівельного попиту, побудовані на підставі опрацювання статистичних даних.

Нормативна модель - модель, що призначена для визначення бажаного стану об'єкту і повинна виходити з можливостей розвитку системи; нормативна модель повинна поєднуватися з описовими моделями. Нормативні моделі відповідають на запитання: як це має бути? Тобто передбачають

цілеспрямовану діяльність. Типовим прикладом нормативних моделей є моделі оптимального (раціонального) планування, що формалізують у той чи інший спосіб мету економічного розвитку, можливість і засоби її досягнення.

Чи є економіко-математична модель дескриптивною або нормативною — це залежить не лише від її математичної структури, а й від характеру використання моделі. Наприклад, модель міжгалузевого балансу є дескриптивною, якщо вона використовується для аналізу пропорцій минулого періоду. Але ця сама математична модель стає нормативною, якщо застосовується для розрахунків збалансованих варіантів розвитку народного господарства, які задовольняють кінцеві потреби суспільства за умови планових нормативів виробничих витрат.

За способом логіко-математичного опису модельованих економічних систем моделі можна представити наступним чином.

Аналітична модель – модель, що представляється математичними залежностями, які описують процеси в економіці і фіксувальні функціональні залежності результатів від значень змінних і параметрів моделі. Для аналітичного моделювання характерним є те, що процеси функціонування елементів системи записують у вигляді деяких математичних співвідношень (алгебраїчних, інтегро-диференціальних, кінцево-різницевих тощо) чи логічних умов.

Комбінована модель - модель, яка використовуються в економіці і у якій системоутвірним елементом є аналітична модель.

Комп'ютерна модель – модель, для побудови якої використовуються методи обчислювальної математики, а обчислювальний експеримент полягає в числовому розв'язанні деяких математичних рівнянь за заданих значень параметрів і початкових умов.

Імовірнісна (стохастична) модель – модель, що містить випадкові елементи, що підкоряються деяким імовірнісним закономірностям. Така модель показує, що, не дивлячись на одні і ті ж значення змінних і параметрів, результати розрахунку по такій моделі розрізняються. Більше того, вони утворюють деяку область значень.

Детермінована модель – модель, що характеризується аналітичними представленням закономірності, для якої для визначеної сукупності початкових значень параметрів і перемінних гарантований один і той же єдиний результат.

Дискретна модель – модель, усі змінні і параметри якої є дискретними величинами. Така модель може відображати як дискретні системи, так і безперервні системи, які для цього приводяться до дискретного виду з допомогою представлення безперервних величин як дискретних шляхом введення шкал і бальних оцінок.

Лінійна модель – модель, що відображує стан або функціонування системи таким чином, що усі залежності приймаються лінійними. Така модель може формуватися у вигляді системи лінійних рівнянь. Лінійні моделі є ефективним засобом дослідження широкого кола задач управління та

економіки за умови короткотермінових проміжків або стабільного стану системи.

Нелінійна модель – модель, що відбиває стан або функціонування системи (нелінійної або стохастичної) таким чином, що усе або деякі залежності приймаються нелійними. Відмінності між лінійними і нелійними моделями є суттєвими не лише з математичної точки зору, а й у теоретико-економічному відношенні, бо багато залежностей в економіці мають принципово нелінійний характер: ефективність використання ресурсів за зростання виробництва, зміни попиту і споживання населення, збільшення виробництва, зміни попиту населення зі зростанням доходів, наприклад, зиск від реалізації продукції виявляється нелінійною функцією ціни, нелінійна залежність обсягів виробництва від собівартості продукції тощо.

Математико-статистична модель – модель, що описує залежності між вхідними і вихідними змінними; при цьому принципово можливими є дві точки зору на модельований процес; якщо вважається, що для процесу характерні причинно-наслідкові зв'язки, які є функціональними, то модель буде детермінованою. Якщо вважається, що даний процес носить імовірнісний характер, то відповідна модель називається стохастичною. Статистичне моделювання — це вид комп'ютерного моделювання, який дозволяє отримати статистичні дані відносно процесів у модельованій системі. В нинішній час засоби статистичного дослідження взаємозв'язків отримали широке визнання в усіх галузях наукової і практичної діяльності завдяки можливостям кількісної оцінки впливу різноманітних ознак на рівень результативних показників, що вивчаються. Крім того, при їхній допомозі можна успішно моделювати динаміку процесів і одержувати обґрунтовані прогнози на віддалене майбутнє.

Матрична модель – модель, що побудована у формі матриць, які відображують співвідношення між елементами системи (найбільш частий випадок - розглядаються співвідношення між витратами і результатами).

Безперервна модель – модель, що містить безперервні змінні.

Модель рівноваги – модель, яка може розумітися двояко; з одного боку, в таких моделях передбачається, що учасники економічної системи самостійно приймають рішення, а оптимум усієї системи знаходиться при узгодженні їх інтересів, тобто оптимальний стан системи прирівнюється до її рівноваги; з іншого боку – це модель економічної взаємодії.

Нерівноважна модель – модель, що описує економічну систему, в якій не дотримується умова рівноваги; наприклад, ціни не урівноважують об'єми попиту і пропозиції; звідси такі явища, як дефіцитність або надлишковість ресурсів.

Регресійна модель – модель, що ґрунтується на рівнянні регресії або системі регресійних рівнянь.

Мережева модель – модель, що здатна відобразити з будь-якою мірою деталізації склад і взаємозв'язки робіт в часі на основі застосування мережеских графіків.

Числова модель – модель, у якої основними елементами є конкретні чисельні значення характеристик модельованої системи.

Економетрична модель – модель, в якій параметри оцінюються за допомогою методів математичної статистики. Такі моделі використовуються як засоби аналізу і прогнозування конкретних економічних процесів як на макроекономічному, так і на мікроекономічному рівнях.

Економіко-математичні моделі розрізняються також за тимчасовою і просторовою ознакою.

Гравітаційна модель – модель взаємодії між просторовими об'єктами в просторовому аналізі економіки. Така модель використовується при дослідженні процесів урбанізації, розміщенні промисловості, експортно-імпортних стосунків, міграції населення. Загальна риса цих моделей полягає в тому, що сила взаємодії в них залежить від значущості (величини) об'єктів і відстані між ними.

Динамічна модель – модель, яка повинна містити як мінімум одну змінну, яка відноситься до періоду, що відрізняється від часу, до якого відносяться інші змінні, тобто описує економіку в розвитку. Динамічні моделі характеризують зміни економічних процесів у часі. За тривалістю розглянутого періоду розрізняють моделі короткотермінового (до року), середньотермінового (до 5 років), довготермінового (10—15 і більше років) прогнозування і планування. Час в економіко-математичних моделях може змінюватися неперервно або дискретно.

Моделі з "нескінченим часом" – моделі, які трактуються як моделі з проблемою "хвоста". Ця проблема покликана врахувати ресурси, які вимагають інвестицій, але дадуть віддачу за межами планового періоду. Якщо в заданому періоді рішається завдання на мінімум витрат при заданих об'ємах прибутку, то оптимальне рішення виходить за відсутності інвестицій, віддача від яких буде за межами розглядуваного періоду. Але, якщо не передбачити в моделі додаткових обмежень, пов'язаних з проблемою "хвоста", то основний капітал як би "зношується" і рентабельність виробництва падає. Визначення оптимального розміру інвестицій в моделях розвитку економіки якраз і розглядається в моделях з "нескінченим часом".

Статична модель – модель, в якій усі залежності віднесені до одного моменту часу. За допомогою таких моделей описуються не лише статистичні системи, але і динамічні, для яких фіксується їх стан в заданий момент. При статичному підході вивчається галузева (міжгалузевий баланс) або виробнича структура, розміщення виробництва, стан економіки в цілому.

Точкова модель - спрощена модель економічної системи без урахування процесу транспортування, пов'язаних з розподілом по території країни економічних об'єктів або віддаленості країн; цей вид моделі доцільно використовувати для планових розрахунків і, особливо, в теоретичних дослідженнях економіки.

Трендова модель - динамічна модель, в якій розвиток економічної

системи відбивається через тренд її основних економічних показників (зокрема, тренд середніх величин цих показників, їх дисперсії, мінімальних і максимальних рівнів).

Моделі розрізняються за рівнем модельованого об'єкту в господарській ієрархії.

Глобальна модель – модель, яка має два призначення. Перше - найбільш загальна для окремої країни економіко-математична модель, що представляє верхній рівень системи моделей народного господарства. Друге - моделі, що відображають процеси глобального характеру, тобто найбільш масштабні соціальні, економічні і екологічні процеси, що охоплюють земну кулю.

Макроекономічна модель – модель, що відображає функціонування економіки країни або регіону як єдиного цілого. Макромоделі оперують, як правило, великоагрегованими показниками - агрегатами (валовий національний продукт, інвестиції). Макромоделі використовуються для теоретичного аналізу найбільш загальних закономірностей функціонування і розвитку економіки країни або регіону. У практичній діяльності застосовуються для прогнозування економічних процесів.

Мікроекономічна модель – модель, що відображає функціонування і структуру окремого елемента економічної системи, його взаємодію з іншими елементами системи в процесі функціонування. Чітке розмежування між макромоделями і мікромоделями відсутнє. Але до перших, як правило, відносять найбільш узагальнені глобальні моделі. Для мікромodelей характерна велика залежність від зовнішнього середовища, дезагрегація показників.

Моделі розрізняються за внутрішньою структурою модельного опису.

Автономна модель- частина системи моделей, яку можна аналізувати незалежно від інших частин. Модель доцільно розглядати як автономну, якщо розглядуваний об'єкт має певну міру самостійності.

Закрита модель – модель, у якій немає входів і виходів (або вони визнаються незмінними і тому не приймаються до уваги при аналізі). Таким чином модельована система, приймається як би ізольованою від зовнішнього середовища (така система називається замкнутою або закритою). Природно, що насправді у всякої країни є експорт і імпорт, економіка завжди тісно пов'язана із зовнішнім природним середовищем і т. д. Та і взагалі, будь-яка економічна система не замкнута, а відкрита. Проте поняття замкнутої моделі використовується як наукова абстракція, що допомагає вивчати закономірності реальної економіки. Поведінка такої спрощеної моделі визначається не зовнішніми чинниками, а тільки внутрішнім початковим станом і внутрішніми закономірностями розвитку модельованої системи;

Відкрита модель - модель, в якій враховується взаємодія з довкіллям (зовнішні зв'язки), на відміну від закритої моделі, де такі зв'язки не беруться до уваги. Наприклад, у відкритій моделі економіки країни вводяться показники, які характеризують експорт і імпорт, або, скажімо, такі зовнішні зв'язки, як туризм, вивезення капіталів. Чим модель відкритіша, тим більше число

варіантів її поведінки, тим ширше, отже, область допустимих рішень при плануванні і ухваленні управлінських рішень. Існують відкриті «відділи народного господарства, в яких передбачається, що кінцеве споживання знаходиться поза сферою, що вивчається». У них кінцеві продукти як би експортуються споживачам, тобто виводяться за межі моделі.

Комплекс моделей - це сукупність моделей, призначених для вирішення одного складного завдання. Кожна модель з комплексу описує ту або іншу сторону модельованого об'єкту або процесу на "своїй" мові.

Багатосекторна модель - модель економіки країни або регіону, яку можна представити як сукупність великих секторів. Якщо як сектори приймаються галузі виробництва, то така модель називається багатогалузевою, а якщо хоч би один сектор виробляє більш за один продукт, то модель є багатопродуктовою.

Однопродуктова модель – модель, що характеризується тим, що економіка країни виробляє один узагальнений продукт, частина якого йде на споживання, а інша частина - на збільшення основного і оборотного капіталу. Що стосується сфери застосування, то можна відмітити неоглядність сфер застосування економіко-математичних моделей.

Приведена класифікація не є, очевидно, ні всеохватною, ні повною. Але вона дає уявлення про усю багатоманітність підходів до моделювання економічних процесів і не прямо свідчить про широту вживаного математичного апарату для формального опису цих процесів.

Висновки. 1. Для аналізу й синтезу систем управління в економіці використовуються різноманітні економіко-математичні методи та моделі. Важливими є умова та особливості їх застосування залежно від мети дослідження, прийнятої системи гіпотез тощо.

2. У наш час математичне моделювання вступає в третій, принципово важливий етап свого розвитку, «вбудовуючись» у структуру так званого інформаційного суспільства. Без володіння інформаційними «ресурсами» не можна й думати про розв'язання дедалі різноманітніших проблем, що постають перед світовою спільнотою.

3. Історія методології математичного моделювання економіки (менеджменту) переконує: вона може й повинна бути інтелектуальним ядром інформаційних технологій, усього процесу інформатизації суспільства.

Література

1. Власов М. П. Моделирование деятельности фирмы с длительным циклом производства. СПб., 2001.
2. Емельянов А. А. Имитационное моделирование экономических процессов. М., 2002.
3. Исследование операций: в 2 т. / Пер. с англ., Под ред. Дж. Моу-дера, С. Элмаграби. М., 1981. Т. 1.
4. Вітлінський В. В. Моделювання економіки: Навч. посібник. — К.:

КНЕУ, 2003. — 407 с.

5. Трояновский В. М. Математическое моделирование в менеджменте: Учеб. пособие. 2-е изд., испр. и доп. М., 2000.

6. Шимко П. Д. Оптимальное управление экономическими системами: Учеб. пособие. СПб., 2000.

7. Экономико-математический энциклопедический словарь / Глав. ред. В. И. Данилов-Данильян. М., 2003.

Summary

Classes of economic-mathematical models and their application / Magas T.E.

A short structural analysis of the being used economic-mathematical models and their application is given in the article.

From the detailed analysis we may conclude that mathematical modeling of economics has to be an intellectual core of Information Technologies development and a basic specific method of science applied for analysis and synthesis of management systems.

Key words: model, mathematical model, economic and mathematical models, economic system and methods.