

# I. МАШИНОБУДУВАННЯ ТА МАТЕРІАЛОБРОБКА

УДК 621.01

Байков В.П.

Огородников В.А.

Ульянич П.А.

(Винницький національний аграрний університет)

## УЧЕТ ПОТЕРЬ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ АВТОМОБИЛЕЙ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ УГЛА КОНТАКТА

*Розглядається алгоритм розрахунку втрат кінетичної енергії при зіткненні транспортних засобів в результаті ДТП. Показано, що ці втрати залежать від співвідношення енергії деформації пошкоджених в результаті ДТП автомобілів до сумарної енергії деформацій і кінетичної енергії опору руху при їх відкиданні. При цьому введена поправочна функція, чисельне значення якої залежить від величини кута між подовжніми осями контактуючих при ударі транспортних засобів.*

*The algorithm of calculation of losses of kinetic energy is examined at the collision of transports vehicles as a result road transporting incident. It is rotined that these losses depend on correlation of energy of deformation of damaged as a result road transporting incident of cars to total energy of deformations and kinetic energy of resistance to motion at their casting-out. A correction function the numeral value of which depends on the size of corner between the longitudinal axes of transports vehicles contacting at a blow is thus entered.*

### Вступление

В известном способе определения скоростей движения автомобилей при столкновении с учетом их повреждений [1] не учитываются потери кинетической энергии.

В работе [2] предложен метод учета этих потерь с использованием коэффициента потерь  $\psi_i$ , представляющего собой соотношение работы деформаций  $W_{defi}$ , полученных автомобилем в результате столкновения, к сумме работ деформаций и сил сопротивления перемещению автомобиля  $W_{resi}$  в процессе отбрасывания после столкновения:

$$\psi_i = \frac{W_{defi}}{W_{defi} + W_{resi}}, \quad (1)$$

где  $i = 1, 2$  – порядковый номер автомобилей, участвующих в столкновении.

Недостатком этого метода является то, что формула (1) совершенно игнорирует влияние угла  $\alpha$  между продольными осями контактирующих при ударе транспортных средств (угла встречи или угла контакта).

Анализ формулы М.Остроградского – Л.Карно [2,3], определяющей потери кинетической энергии механической системы, состоящей из двух столкнувшихся транспортных средств, следует, что эти потери существенно зависят именно от величины этого угла.

Так как при реальных столкновениях транспортных средств угол  $\alpha$  бывает различным и изменяется в пределах от  $0^0$  до  $180^0$ , то и коэффициент потерь кинетической энергии должен меняться в зависимости от величины угла столкновения.

Очевидно, что потери кинетической энергии при попутном столкновении будут ниже потерь кинетической энергии при поперечном столкновении, а те в свою очередь гораздо меньше потерь кинетической энергии при встречном столкновении транспортных средств. То есть, по мере увеличения угла  $\alpha$  потери кинетической энергии возрастают, причем по нелинейному закону.

Коэффициент потерь, учитывающий влияние угла  $\alpha$ , можно представить в следующем виде:

$$\psi_i = \frac{W_{defi}}{W_{defi} + W_{resi}} \chi(\alpha), \quad (2)$$

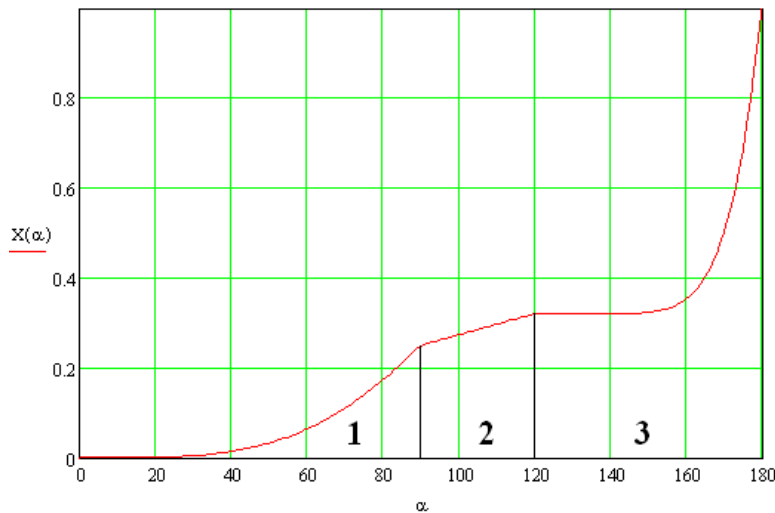
где  $\chi(\alpha)$  - поправочная функция, численные значения которой зависят от величины угла  $\alpha$ .

Как показывает анализ результатов многочисленных исследований, проведенных в рамках автотехнических экспертиз, поправочная функция может быть представлена в виде трех составляющих ее участков:

$$\text{для } 0^{\circ} \leq \alpha < 90^{\circ}: \chi(\alpha) = \left(\frac{1 - \cos \alpha}{2}\right)^2; \quad (3)$$

$$\text{для } 90^{\circ} \leq \alpha < 120^{\circ}: \chi(\alpha) = 0,07 \frac{\alpha - 90^{\circ}}{30^{\circ}} + 0,25; \quad (4)$$

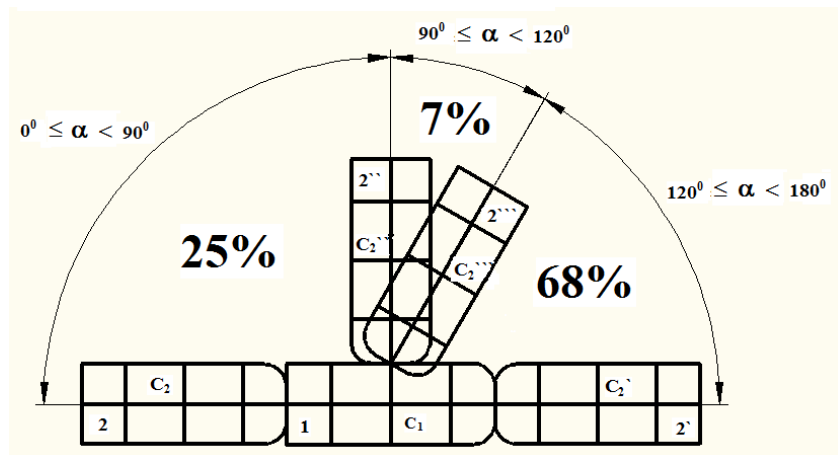
$$\text{для } 120^{\circ} \leq \alpha < 180^{\circ}: \chi(\alpha) = 174 \left[\frac{1 - \cos(\alpha - 120^{\circ})}{2}\right]^4 + 0,32. \quad (5)$$



**Рис. 1. - График функции построенный по уравнениям (3)...(5)**

В области 1, где угол первичного контакта соударяемых транспортных средств находится в пределах  $0^{\circ} \leq \alpha < 90^{\circ}$ , с увеличением угла  $\alpha$ , значение поправочной функции  $\chi(\alpha)$  плавно увеличивается по параболическому закону от 0 до 0,25. Следовательно, при увеличении угла  $\alpha$  с  $0^{\circ}$  до  $90^{\circ}$  значение поправочной функции  $\chi(\alpha)$  увеличивается на 25%.

В области 2, где угол первичного контакта соударяемых транспортных средств находится в пределах  $90^{\circ} \leq \alpha < 120^{\circ}$ , с увеличением угла  $\alpha$ , значение поправочной функции  $\chi(\alpha)$  плавно увеличивается по прямой линии с 0,25 до 0,32. Следовательно, при увеличении угла  $\alpha$  с  $90^{\circ}$  до  $120^{\circ}$  значение поправочной функции  $\chi(\alpha)$  увеличивается на 7%.



**Рис. 2. - Распределение изменений значений поправочного коэффициента  $\chi(\alpha)$  в зависимости от угла  $\alpha$  в процентном соотношении.**

В области 3, где угол первичного контакта соударяемых транспортных средств находится в пределах  $120^0 \leq \alpha < 180^0$ , с увеличением угла  $\alpha$ , значение поправочной функции  $\chi(\alpha)$  стремительно увеличивается по степенной зависимости с 0,32 до 1. Следовательно, при увеличении угла  $\alpha$  со  $120^0$  до  $180^0$  значение поправочной функции  $\chi(\alpha)$  увеличивается на 68%.

Таким образом, при определении скоростей движения автомобилей в момент их столкновения с учетом повреждений и отбрасывания, производимом по способу [1], учет потерь кинетической энергии, с учетом угла  $\alpha$  первичного контакта соударяемых транспортных средств, можно эффективно осуществлять с помощью коэффициента потерь  $\psi_i$ , тем более, что параметры, входящие в формулу (2) определяются по ходу исследований.

**Пример №1.** В г. Киеве на перекрестке пр. Московского и пр. Оболонского произошло дорожно-транспортное происшествие (ДТП) с участием автомобилей Мерседес (автомобиль 1) и Опель (автомобиль 2).

В результате ДТП автомобили получили серьезные повреждения.

Требуется определить скорости движения  $V_1$  и  $V_2$  автомобилей в момент их столкновения.

Искомые скорости движения автомобилей определяются в соответствии со способом, изложенным в [1].

Анализ повреждений, полученных автомобилями 1 и 2 при столкновении при первичном контакте, показал, что между автомобилями произошло косое столкновение. После изготовления масштабных моделей автомобилей (масштаб 1:100), нанесения на них поврежденных зон и соответствующих смещений моделей автомобилей относительно друг друга, по методике, изложенной в монографии [4], определяем графически угол столкновения  $\alpha$  автомобилей, который равен примерно  $\sim 80^0$  и представляет собой угол между продольными осями автомобилей в момент первичного контакта в точке А (см. рис.3, положения автомобилей 1 и 2).

Пусть в момент столкновения в точке А первичного контакта автомобили 1 и 2 имели скорости движения, обозначенные векторами  $\vec{V}_1$  и  $\vec{V}_2$ , приложенными к центрам масс  $C_1$  и  $C_2$  автомобилей и направленными вдоль их продольных осей соответственно (рис.3, положения автомобилей 1 и 2). Задаемся прямоугольной системой координат ХОУ на плоскости проезжей части дороги, направив ось ОХ по вектору скорости  $\vec{V}_1$ .

В результате столкновения автомобили были в различной степени деформированы и перемещены. При этом, автомобиль 1 отбросило влево, где он совершил столкновение с разделительным ограждением, после чего переместился вперед, относительно первоначального направления движения, с разворотом относительно собственного центра масс  $C_1$  сначала по ходу часовой стрелки, а после столкновения с разделительным ограждением против хода часовой стрелки, то есть автомобиль 1 после столкновений в процессе отбрасывания совершил классическое плоское движение, включающее как поступательную, так и вращательную составляющие. За счет вращательной составляющей автомобиль 1 развернулся на углы  $\theta_{1K} \approx 53^0 = 0,92$  радиана и  $\theta'_{1K} \approx 27^0 = 0,47$  радиана. Автомобиль 2 отбросило вперед, относительно первоначального направления движения, с разворотом относительно собственного центра масс  $C_2$  по ходу часовой стрелки, то есть автомобиль 2 после столкновения в процессе отбрасывания также совершил классическое плоское движение, включающее как поступательную, так и вращательную составляющие. За счет вращательной составляющей автомобиль 2 развернулся на угол  $\theta_{2K} \approx 185^0 = 3,24$  радиана.

Следовательно, в процессе движения после столкновения центр масс  $C_1$  автомобиля 1 переместился на расстояние  $C_1C_1'' = l_1 \approx 15,5$  м, имея некоторую начальную скорость этого движения, обозначенную вектором  $\vec{U}_{10}$ , приложенным к центру масс  $C_1$  и направленным под

углом  $\beta_1 \approx 55^\circ$  к оси ОХ. В процессе движения после столкновения центр масс  $C_2$  автомобиля 2 переместился на расстояние  $C_2C_2' = l_2 \approx 9,1\text{м}$ , имея некоторую начальную скорость этого движения, обозначенную вектором  $\vec{U}_{20}$ , приложенным к центру масс  $C_2$  и направленным под углом  $\beta_2 \approx 65^\circ$  к оси ОХ. Автомобили заняли положения 1' и 2', зафиксированные в схеме ДТП, составленной работниками ГАИ (см. рис.3).

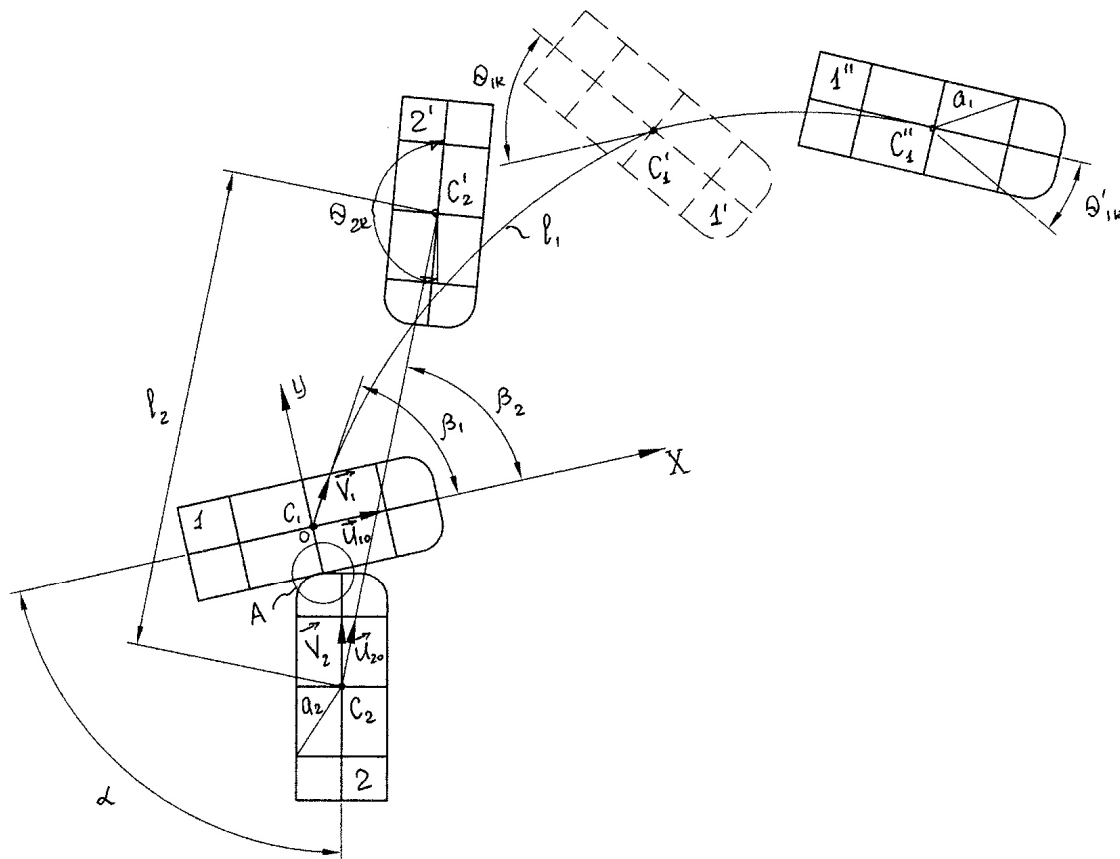


Рис. 3. - Расчетная схема ДТП

Поскольку направления скоростей движения автомобилей в момент столкновения известны, определяем их величины в соответствии со способом, изложенном в [1].

Работы сил сопротивления перемещениям автомобилей 1 и 2 после удара определяются формулами:

$$W_{res1} = m_1 g [f_{rol1} l_1 + f_1' a_1 (\theta_{1K} + \theta'_{1K})], \quad (6)$$

$$W_{res2} = m_2 g [f_{rol2} l_2 + f_2' a_2 \theta_{2K}], \quad (7)$$

где  $m_1 = 1410\text{кг}$  и  $m_2 = 1415\text{кг}$  – массы автомобилей 1 и 2 с учетом загрузки;  $g = 9,81\text{м/с}^2$  – ускорение свободного падения;  $a_1 = 1,7\text{м}$  и  $a_2 = 1,55\text{м}$  – расстояния между проекциями центров масс  $C_1$  и  $C_2$  автомобилей 1 и 2 на поверхность дороги и точками контакта колес этих автомобилей с этой поверхностью;  $f_1' = f_2' = (0,39 \dots 0,44)$  – коэффициент трения бокового скольжения колес автомобилей 1 и 2 о сухую поверхность с асфальтобетонным покрытием;  $f_{rol1} = f_{rol2} = (0,018 \dots 0,022)$  – коэффициент трения качения колес автомобилей 1 и 2 о сухую поверхность с асфальтобетонным покрытием.

Подстановка численных значений параметров, входящих в формулы (6) и (7), дает:  $W_{res1} = (18350 \dots 23150)$  Джоулей (Дж);  $W_{res2} = (32900 \dots 41800)$  Дж.

Как правило, в результате осмотра поврежденных автомобилей или изучения фотографий поврежденных автомобилей определяется их работа деформаций от

повреждений по методике, изложенной в декларационном патенте Украины [5] или по методу измерения показателей твердости деформированного материала [6].

Расчеты по указанным методикам, которые в настоящей статье не приводятся, дают следующие значения работ деформаций:  $W_{def1} = 80000$  Джоулей (Дж) и  $W_{def2} = 53300$  Дж.

Далее с использованием формулы (2) определяем коэффициенты потерь кинетической энергии этих автомобилей:

- для автомобиля 1:

$$\psi_1 = \frac{W_{def1}}{W_{def1} + W_{res1}} * \chi(\alpha), \quad (8)$$

- для автомобиля 2:

$$\psi_2 = \frac{W_{def2}}{W_{def2} + W_{res2}} * \chi(\alpha), \quad (9)$$

где  $\chi(\alpha)$  – поправочная функция, численные значения которой зависят от угла  $\alpha$ .

Согласно (3), для  $0^0 \leq \alpha < 90^0$ :  $\chi(\alpha) = \left(\frac{1 - \cos \alpha}{2}\right)^2$ , тогда для конкретно интересующего нас случая, при  $\alpha = 80^0$  поправочная функция  $\chi(\alpha) = 0,17$ .

Подстановка численных значений параметров, входящих в формулы (8) и (9), дает:  $\psi_1 = (0,13 \dots 0,14)$ ,  $\psi_2 = (0,1 \dots 0,11)$ .

Непосредственные потери кинетической энергии автомобилей от удара составляют:

$$\Delta E_1 = \psi_1 (W_{def1} + W_{res1}) \text{ и } \Delta E_2 = \psi_2 (W_{def2} + W_{res2}). \quad (10)$$

Подстановка численных значений параметров, входящих в формулы (10), дает:  $\Delta E_1 = (12800 \dots 14500)$  Дж,  $\Delta E_2 = (8600 \dots 10500)$  Дж.

Определение коэффициента потерь кинетической энергии без учета введенной поправочной функции  $\chi(\alpha)$  дает результаты:  $\psi'_1 = (0,78 \dots 0,81)$ ,  $\psi'_2 = (0,56 \dots 0,62)$ ,  $\Delta E'_1 = (76700 \dots 83500)$  Дж,  $\Delta E'_2 = (41800 \dots 59000)$  Дж.

Тогда суммарные энергетические затраты на перемещения автомобилей после столкновения, на их деформирование и разрушение отдельных деталей в процессе столкновения, на потери кинетической энергии при ударе и на преодоление бордюра автомобилем 1, определяются по формулам:

$$W_{\Sigma 1} = (W_{res1} + W_{def1})(1 + \psi_1) + W_{add1}; \quad (11)$$

$$W_{\Sigma 2} = (W_{res2} + W_{def2})(1 + \psi_2), \quad (12)$$

где  $W_{add1} \approx 5000$  Дж – добавочная работа деформаций автомобиля 1 (деформация заднего левого крыла и заднего бампера, не учтенные формулой).

Подстановка численных значений параметров, входящих в эти формулы, дает:  $W_{\Sigma 1} = (116100 \dots 122600)$  Дж;  $W_{\Sigma 2} = (94800 \dots 105600)$  Дж.

Начальные скорости движения автомобилей при их перемещении после столкновения, эквивалентные суммарным энергетическим затратам, определяются по формулам:

$$U_{10} = \sqrt{\frac{2W_{\Sigma 1}}{m_1}}; \quad U_{20} = \sqrt{\frac{2W_{\Sigma 2}}{m_2}}. \quad (13)$$

Подстановка численных значений параметров, входящих в формулы (13), дает:  $U_{10} = (12,9 \dots 13,2)$  м/с;  $U_{20} = (11,6 \dots 12,2)$  м/с.

На основании закона сохранения количества движения механической системы, состоящей из двух автомобилей, при эквивалентном, абсолютно упругом ударе запишем векторное уравнение, связывающее скорости движения автомобилей в моменты окончания и начала удара:

$$m_1 \vec{U}_{10} + m_2 \vec{U}_{20} = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2. \quad (14)$$

Проектируем это уравнение на оси координат ОХ и ОУ, и из полученных выражений находим формулы для определения искомых скоростей  $V_2$  и  $V_1$ :

$$V_2 = \frac{1}{m_2 \sin \alpha} (m_1 U_{10} \sin \beta_1 + m_2 U_{20} \sin \beta_2); \quad (15)$$

$$V_1 = \frac{1}{m_1} (m_1 U_{10} \cos \beta_1 + m_2 U_{20} \cos \beta_2 - m_2 V_2 \cos \alpha). \quad (16)$$

Подстановка численных значений параметров, входящих в эти формулы, дает:  $V_2 = (21,3 \dots 22,2) \text{ м/с} = (77 \dots 80) \text{ км/ч}$ ;  $V_1 = (8,6 \dots 8,8) \text{ м/с} = (31 \dots 32) \text{ км/ч}$ .

Таким образом, в момент первичного контакта в точке А автомобили Мерседес и Опель двигались со скоростями, величины которых составляли  $(31 \dots 32) \text{ км/ч}$  и  $(77 \dots 80) \text{ км/ч}$  соответственно.

Определение скоростей движения автомобилей без учета поправочной функции  $\chi(\alpha)$  при определении потерь кинетической энергии от удара дает следующие результаты:  $V'_1 = (38 \dots 39) \text{ км/ч}$  и  $V'_2 = (95 \dots 97) \text{ км/ч}$ , что для конкретного ДТП ~ на 20% выше величин скоростей, определенных с учетом поправочной функции.

**Пример №2.** В г. Киеве на перекрестке Окружной дороги и ул. Городской произошло ДТП с участием автомобилей Хонда (автомобиль 1) и Митсубиси (автомобиль 2).

В результате ДТП автомобили получили серьезные повреждения.

Требуется определить скорости движения  $V_1$  и  $V_2$  автомобилей в момент их столкновения.

Искомые скорости движения автомобилей определяются в соответствии со способом, изложенным в [1].

Анализ повреждений, полученных автомобилями 1 и 2 при столкновении при первичном контакте, показал, что между автомобилями произошло косое столкновение. После изготовления масштабных моделей автомобилей (масштаб 1:100), нанесения на них поврежденных зон и соответствующих смещений моделей автомобилей относительно друг друга, по методике, изложенной в монографии [3], определяем графически угол столкновения  $\alpha$  автомобилей, который равен примерно  $\sim 115^\circ$  и представляет собой угол между продольными осями автомобилей в момент первичного контакта в точке А (см. рис.4, положения автомобилей 1 и 2).

Пусть в момент столкновения в точке А первичного контакта автомобили 1 и 2 имели скорости движения, обозначенные векторами  $\vec{V}_1$  и  $\vec{V}_2$ , приложенными к центрам масс  $C_1$  и  $C_2$  автомобилей и направленными вдоль их продольных осей соответственно (рис.4, положения автомобилей 1 и 2). Задаемся прямоугольной системой координат ХОУ на плоскости проезжей части дороги, направив ось ОХ по вектору скорости  $\vec{V}_1$ .

В результате столкновения автомобили были в различной степени деформированы и перемещены. При этом, автомобиль 1 отбросило вперед и вправо, относительно первоначального направления движения, с разворотом относительно собственного центра масс  $C_1$  против хода часовой стрелки, то есть автомобиль 1 после столкновения в процессе отбрасывания совершил классическое плоское движение, включающее как поступательную, так и вращательную составляющие, за счет вращательной составляющей автомобиль 1 развернулся на угол  $\theta_{1K} \approx 133^\circ = 2,32$  радиана. Автомобиль 2 отбросило назад в влево, относительно первоначального направления движения, с разворотом относительно собственного центра масс  $C_2$  против хода часовой стрелки, то есть автомобиль 2 после столкновения в процессе отбрасывания также совершил классическое плоское движение, включающее как поступательную, так и вращательную составляющие, за счет вращательной составляющей автомобиль 2 развернулся на угол  $\theta_{2K} \approx 200^\circ = 3,5$  радиана.



Следовательно, в процессе движения после столкновения центр масс  $C_1$  автомобиля 1 переместился на расстояние  $C_1C_1' = l_1 \approx 17,5$  м, имея некоторую начальную скорость этого движения, обозначенную вектором  $\vec{U}_{10}$ , приложенным к центру масс  $C_1$  и направленным под углом  $\beta_1 \approx 10^\circ$  к оси ОХ. В процессе движения после столкновения центр масс  $C_2$  автомобиля 2 переместился на расстояние  $C_2C_2' = l_2 \approx 2,3$  м, имея некоторую начальную скорость этого движения, обозначенную вектором  $\vec{U}_{20}$ , приложенным к центру масс  $C_2$  и направленным под углом  $\beta_2 \approx 5^\circ$  к оси ОХ. Автомобили заняли положения 1' и 2', зафиксированные в схеме ДТП, составленной работниками ГАИ (см. рис.4).

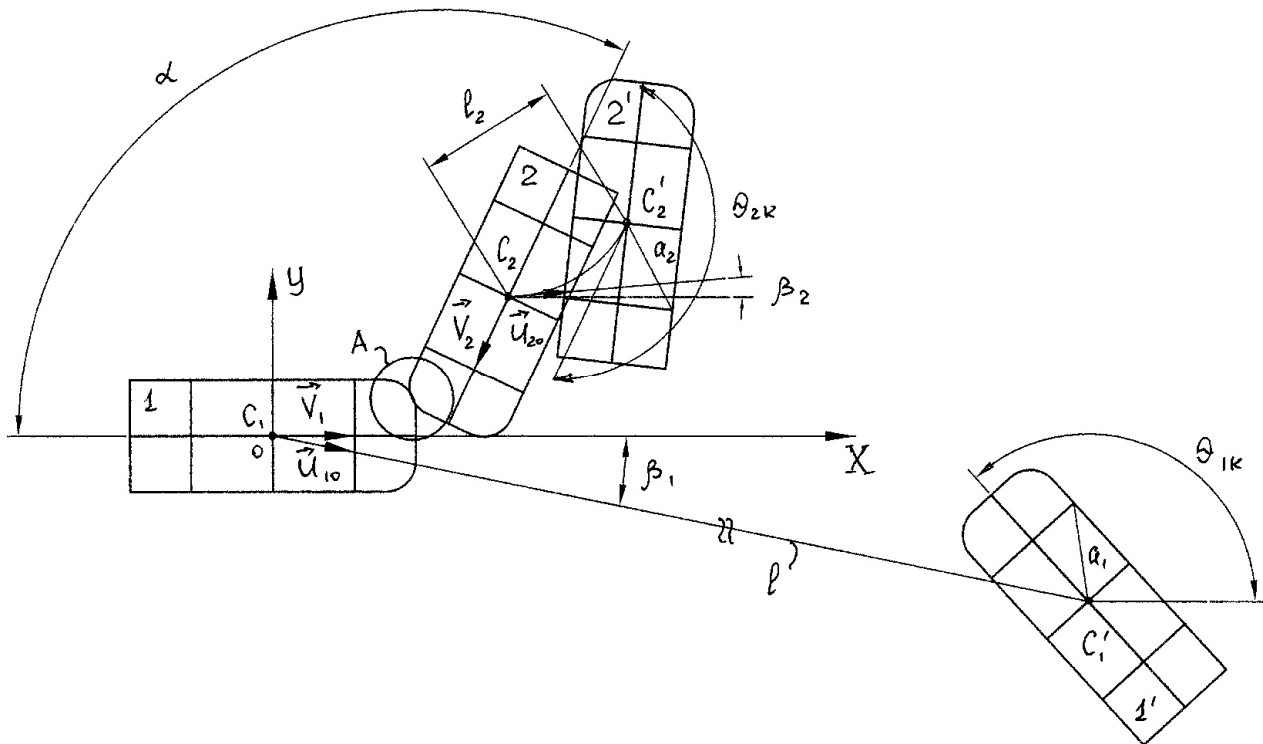


Рис. 4. - Расчетная схема ДТП

Поскольку направления скоростей движения автомобилей в момент столкновения известны, определяем их величины в соответствии со способом, изложенном в [1].

Работы сил сопротивления перемещениям автомобилей 1 и 2 после удара определяются формулами:

$$W_{res1} = m_1 g [f_{rol1} l_1 + f_1' a_1 \theta_{1K}], \quad (17)$$

$$W_{res2} = m_2 g [f_{rol2} l_2 + f_2' a_2 \theta_{2K}], \quad (18)$$

где  $m_1 = 1640$  кг и  $m_2 = 1650$  кг – массы автомобилей 1 и 2 с учетом загрузки;  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup> – ускорение свободного падения;  $a_1 = a_2 = 1,6$  м – расстояния между проекциями центров масс  $C_1$  и  $C_2$  автомобилей 1 и 2 на поверхность дороги и точками контакта колес этих автомобилей с этой поверхностью;  $f_1' = f_2' = (0,39 \dots 0,44)$  – коэффициент трения бокового скольжения колес автомобилей 1 и 2 о сухую поверхность с асфальтобетонным покрытием;  $f_{rol1} = f_{rol2} = (0,018 \dots 0,022)$  – коэффициент трения качения колес автомобилей 1 и 2 о сухую поверхность с асфальтобетонным покрытием.

Подстановка численных значений параметров, входящих в формулы (17) и (18), дает:  $W_{res1} = (31400 \dots 39750)$  Джоулей (Дж);  $W_{res2} = (40550 \dots 51600)$  Дж.

Как правило, в результате осмотра поврежденных автомобилей или изучения фотографий поврежденных автомобилей определяется их работа деформаций от повреждений по методике, изложенной в декларационном патенте Украины [5] или по методу измерения показателей твердости деформированного материала [6].

Расчеты по указанной методике, которые в настоящей статье не приводятся, дают следующие значения работ деформаций:  $W_{def1} = 63600$  Джоулей (Дж) и  $W_{def2} = 73400$  Дж.

Далее с использованием формулы (2) определяем коэффициенты потерь кинетической энергии этих автомобилей:

- для автомобиля 1:

$$\psi_1 = \frac{W_{def1}}{W_{def1} + W_{res1}} * \chi(\alpha), \quad (19)$$

- для автомобиля 2:

$$\psi_2 = \frac{W_{def2}}{W_{def2} + W_{res2}} * \chi(\alpha) \quad (20)$$

где  $\chi(\alpha)$  – поправочная функция, численные значения которой зависят от угла  $\alpha$ .

Согласно (3), для  $90^0 \leq \alpha < 120^0$ :  $\chi(\alpha) = 0,07 \frac{\alpha - 90^0}{30^0} + 0,25$ , тогда для конкретно интересующего нас случая, при  $\alpha = 115^0$  поправочная функция  $\chi(\alpha) = 0,3$ .

Подстановка численных значений параметров, входящих в формулы (19) и (20), дает:  $\psi_1 = (0,19 \dots 0,21)$ ,  $\psi_2 = (0,18 \dots 0,2)$ .

Тогда суммарные энергетические затраты на перемещения автомобилей после столкновения, на их деформирование и разрушение отдельных деталей в процессе столкновения, на потери кинетической энергии при ударе и на преодоление бордюра автомобилем 1, определяются по формулам:

$$W_{\Sigma 1} = (W_{res1} + W_{def1})(1 + \psi_1); \quad (21)$$

$$W_{\Sigma 2} = (W_{res2} + W_{def2})(1 + \psi_2). \quad (22)$$

Подстановка численных значений параметров, входящих в эти формулы, дает:  $W_{\Sigma 1} = (114650 \dots 123600)$  Дж;  $W_{\Sigma 2} = (136600 \dots 148500)$  Дж.

Начальные скорости движения автомобилей при их перемещении после столкновения, эквивалентные суммарным энергетическим затратам, определяются по формулам:

$$U_{10} = \sqrt{\frac{2W_{\Sigma 1}}{m_1}}; \quad U_{20} = \sqrt{\frac{2W_{\Sigma 2}}{m_2}}. \quad (23)$$

Подстановка численных значений параметров, входящих в формулы (23), дает:  $U_{10} = (11,8 \dots 12,3)$  м/с;  $U_{20} = (12,9 \dots 13,4)$  м/с.

На основании закона сохранения количества движения механической системы, состоящей из двух автомобилей, при эквивалентном, абсолютно упругом ударе запишем векторное уравнение, связывающее скорости движения автомобилей в моменты окончания и начала удара:

$$m_1 \vec{U}_{10} + m_2 \vec{U}_{20} = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2. \quad (24)$$

Проектируем это уравнение на оси координат ОХ и ОУ, и из полученных выражений находим формулы для определения искомых скоростей  $V_2$  и  $V_1$ :

$$V_2 = \frac{1}{m_2 \sin \alpha} (m_1 U_{10} \sin \beta_1 - m_2 U_{20} \sin \beta_2); \quad (25)$$



$$V_1 = \frac{1}{m_1} (m_1 U_{10} \cos \beta_1 + m_2 U_{20} \cos \beta_2 - m_2 V_2 \cos \alpha). \quad (26)$$

Подстановка численных значений параметров, входящих в эти формулы, дает:  $V_2 = 1,1 \text{ м/с} = 4 \text{ км/ч}$ ;  $V_1 = (25 \dots 26,1) \text{ м/с} = (90 \dots 94) \text{ км/ч}$ .

Таким образом, в момент первичного контакта в точке А автомобили Хонда и Митсубиси двигались со скоростями, величины которых составляли  $(90 \dots 94) \text{ км/ч}$  и  $4 \text{ км/ч}$  соответственно.

Определение скоростей движения автомобилей без учета поправочной функции  $\chi(\alpha)$  при определении потерь кинетической энергии от удара дает следующие результаты:  $V_1' = (106 \dots 110) \text{ км/ч}$  и  $V_2' = (4 \dots 6) \text{ км/ч}$ , что для конкретного ДТП  $\sim$  на 15% выше величин скоростей, определенных с учетом поправочной функции.

**Пример №3.** В г. Киеве на пл. Славы произошло ДТП с участием автомобилей Тойота Кэмри (автомобиль 1) и Тойота Лэнд Крузер (автомобиль 2).

В результате ДТП автомобили получили серьезные повреждения.

Требуется определить скорости движения  $V_1$  и  $V_2$  автомобилей в момент их столкновения.

Искомые скорости движения автомобилей определяются в соответствии со способом, изложенным в [1].

Анализ повреждений, полученных автомобилями 1 и 2 при столкновении при первичном контакте, показал, что между автомобилями произошло косое столкновение на встречных курсах. После изготовления масштабных моделей автомобилей (масштаб 1:100), нанесения на них поврежденных зон и соответствующих смещений моделей автомобилей относительно друг друга, по методике, изложенной в монографии [3], определяем графически угол столкновения  $\alpha$  автомобилей, который равен примерно  $\sim 175^\circ$  и представляет собой угол между продольными осями автомобилей в момент первичного контакта в точке А (см. рис.5, положения автомобилей 1 и 2).

Пусть в момент столкновения в точке А первичного контакта автомобили 1 и 2 имели скорости движения, обозначенные векторами  $\vec{V}_1$  и  $\vec{V}_2$ , приложенными к центрам масс  $C_1$  и  $C_2$  автомобилей и направленными вдоль их продольных осей соответственно (рис.5, положения автомобилей 1 и 2). Задаем прямоугольной системой координат ХОУ на плоскости проезжей части дороги, направив ось ОХ по вектору скорости  $\vec{V}_1$ .

В результате столкновения автомобили были в различной степени деформированы и перемещены. При этом, автомобиль 1 отбросило вперед и вправо, относительно первоначального направления движения, с разворотом относительно собственного центра масс  $C_1$  против хода часовой стрелки, то есть автомобиль 1 после столкновения в процессе отбрасывания совершил классическое плоское движение, включающее как поступательную, так и вращательную составляющие, за счет вращательной составляющей автомобиль 1 развернулся на угол  $\theta_{1K} \approx 115^\circ = 2,01$  радиана. Автомобиль 2 отбросило назад и вправо, относительно первоначального направления движения, с разворотом относительно собственного центра масс  $C_2$  по ходу часовой стрелки, то есть автомобиль 2 после столкновения в процессе отбрасывания также совершил классическое плоское движение, включающее как поступательную, так и вращательную составляющие, за счет вращательной составляющей автомобиль 2 развернулся на угол  $\theta_{2K} \approx 54^\circ = 0,94$  радиана.

Следовательно, в процессе движения после столкновения центр масс  $C_1$  автомобиля 1 переместился на расстояние  $C_1 C_1' = l_1 \approx 2,9$  м, имея некоторую начальную скорость этого движения, обозначенную вектором  $\vec{U}_{10}$ , приложенным к центру масс  $C_1$  и направленным под углом  $\beta_1 \approx 70^\circ$  к оси ОХ. В процессе движения после столкновения центр масс  $C_2$  автомобиля 2 переместился на расстояние  $C_2 C_2' = l_2 \approx 3,3$  м, имея некоторую начальную скорость этого

движения, обозначенную вектором  $\vec{U}_{20}$ , приложенным к центру масс  $C_2$  и направленным под углом  $\beta_2 \approx 45^\circ$  к оси ОХ. Автомобили заняли положения 1' и 2', зафиксированные в схеме ДТП, составленной работниками ГАИ (см. рис.5).

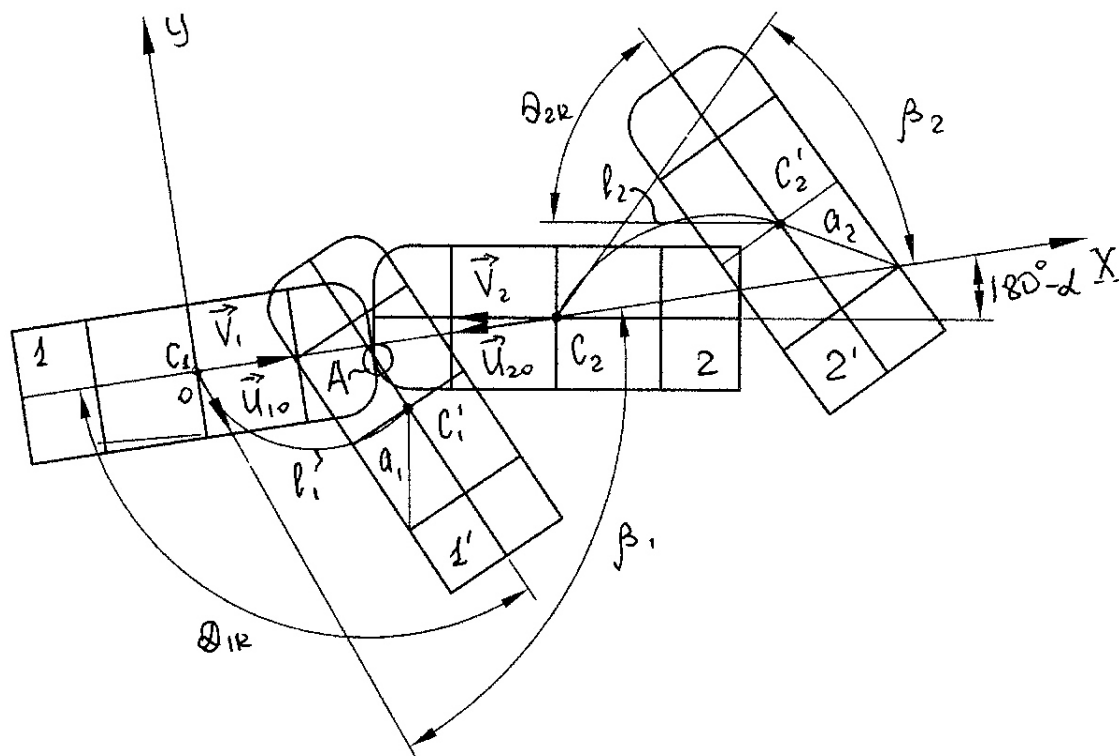


Рис. 5. - Расчетная схема ДТП

Поскольку направления скоростей движения автомобилей в момент столкновения известны, определяем их величины в соответствии со способом, изложенном в [1].

Работы сил сопротивления перемещениям автомобилей 1 и 2 после удара определяются формулами:

$$W_{res1} = m_1 g [f_{rol1} l_1 + f_1' a_1 \theta_{1K}], \quad (27)$$

$$W_{res2} = m_2 g [f_{rol2} l_2 + f_2' a_2 \theta_{2K}], \quad (28)$$

где  $m_1 = 1535\text{кг}$  и  $m_2 = 2120\text{кг}$  – массы автомобилей 1 и 2 с учетом загрузки;  $g = 9,81\text{м/с}^2$  – ускорение свободного падения;  $a_1 = 1,65\text{м}$  и  $a_2 = 1,7\text{м}$  – расстояния между проекциями центров масс  $C_1$  и  $C_2$  автомобилей 1 и 2 на поверхность дороги и точками контакта колес этих автомобилей с этой поверхностью;  $f_1' = f_1' = (0,39 \dots 0,44)$  – коэффициент трения бокового скольжения колес автомобилей 1 и 2 о сухую поверхность с асфальтобетонным покрытием;  $f_{rol1} = f_{rol2} = (0,018 \dots 0,022)$  – коэффициент трения качения колес автомобилей 1 и 2 о сухую поверхность с асфальтобетонным покрытием.

Подстановка численных значений параметров, входящих в формулы (27) и (28), дает:  $W_{res1} = (20300 \dots 22900)$  Джоулей (Дж);  $W_{res2} = (14200 \dots 16100)$  Дж.

Как правило, в результате осмотра поврежденных автомобилей или изучения фотографий поврежденных автомобилей определяется их работа деформаций от повреждений по методике, изложенной в декларационном патенте Украины [5] или по методу измерения показателей твердости деформированного материала [6].

Расчеты по указанной методике, которые в настоящей статье не приводятся, дают следующие значения работ деформаций:  $W_{def1} = 94300$  Джоулей (Дж) и  $W_{def2} = 141500$  Дж.

Далее с использованием формулы (1) определяем коэффициенты потерь кинетической энергии этих автомобилей:

- для автомобиля 1:

$$\psi_1 = \frac{W_{def1}}{W_{def1} + W_{res1}} * \chi(\alpha), \quad (29)$$

- для автомобиля 2:

$$\psi_2 = \frac{W_{def2}}{W_{def2} + W_{res2}} * \chi(\alpha), \quad (30)$$

где  $\chi(\alpha)$  – поправочная функция, численные значения которой зависят от угла  $\alpha$ .

Согласно (3), для  $120^0 \leq \alpha < 180^0$ :  $\chi(\alpha) = 174 \left[ \frac{1 - \cos(\alpha - 120^0)}{2} \right]^4 + 0,32$ , тогда для конкретно интересующего нас случая, при  $\alpha = 175^0$  поправочная функция  $\chi(\alpha) = 0,69$ .

Подстановка численных значений параметров, входящих в формулы (29) и (30), дает:  $\psi_1 = (0,4 \dots 0,56)$ ,  $\psi_2 = (0,62 \dots 0,67)$ .

Тогда суммарные энергетические затраты на перемещения автомобилей после столкновения, на их деформирование и разрушение отдельных деталей в процессе столкновения и на потери кинетической энергии при ударе определяются по формулам:

$$W_{\Sigma 1} = (W_{res1} + W_{def1})(1 + \psi_1); \quad (31)$$

$$W_{\Sigma 2} = (W_{res2} + W_{def2})(1 + \psi_2). \quad (32)$$

Подстановка численных значений параметров, входящих в эти формулы, дает:  $W_{\Sigma 1} = (160400 \dots 182800)$ Дж;  $W_{\Sigma 2} = (252200 \dots 263200)$ Дж.

Начальные скорости движения автомобилей при их перемещении после столкновения, эквивалентные суммарным энергетическим затратам, определяются по формулам:

$$U_{10} = \sqrt{\frac{2W_{\Sigma 1}}{m_1}}; \quad U_{20} = \sqrt{\frac{2W_{\Sigma 2}}{m_2}}. \quad (33)$$

Подстановка численных значений параметров, входящих в формулы (33), дает:  $U_{10} = (14,5 \dots 15,4)$  м/с;  $U_{20} = (15,4 \dots 15,8)$  м/с.

На основании закона сохранения количества движения механической системы, состоящей из двух автомобилей, при эквивалентном, абсолютно упругом ударе запишем векторное уравнение, связывающее скорости движения автомобилей в моменты окончания и начала удара:

$$m_1 \vec{U}_{10} + m_2 \vec{U}_{20} = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2. \quad (34)$$

Проектируем это уравнение на оси координат ОХ и ОУ, и из полученных выражений находим формулы для определения искоемых скоростей  $V_2$  и  $V_1$ :

$$V_2 = \frac{1}{m_2 \sin \alpha} (m_2 U_{20} \sin \beta_2 - m_1 U_{10} \sin \beta_1); \quad (35)$$

$$V_1 = \frac{1}{m_1} (m_1 U_{10} \cos \beta_1 + m_2 U_{20} \cos \beta_2 - m_2 V_2 \cos \alpha). \quad (36)$$

Подстановка численных значений параметров, входящих в эти формулы, дает:  $V_2 = (4 \dots 6)$  м/с =  $(14 \dots 22)$  км/ч;  $V_1 = (25,4 \dots 28,9)$  м/с =  $(92 \dots 104)$  км/ч.

Таким образом, в момент первичного контакта в точке А автомобиля «Гойота Кэмри» и «Гойота Лэнд Крузер» двигались со скоростями, величины которых составляли (92...104) км/ч и (14...22) км/ч соответственно.

Определение скоростей движения автомобилей без учета поправочной функции  $\chi(\alpha)$  при определении потерь кинетической энергии от удара дает следующие результаты:  $V'_1 = 97$  км/ч и  $V'_2 = (13...14)$  км/ч, что для конкретного ДТП практически равны величинам скоростей, определенных с учетом поправочной функции.

Проведенные исследования показывают, что для корректного определения скоростей движения транспортных средств в момент столкновения необходимо учитывать потери кинетической энергии с учетом поправочной функции  $\chi(\alpha)$ .

### **Выводы**

1. Разработан метод учета потерь кинетической энергии при столкновении транспортных средств, учитывающий влияние угла между осями контактирующих при ударе тел.
2. Показано на примерах конкретных автотехнических экспертиз, что потери кинетической энергии при ударе транспортных средств зависят от угла между осями контактирующих тел. При изменении угла  $\alpha$  от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ , значение поправочной функции достигает 25%, при изменении угла  $\alpha$  от  $90^\circ$  до  $120^\circ$  - это значение лежит в пределах 7%, а при изменении угла  $\alpha$  от  $120^\circ$  до  $180^\circ$  - до 68%

### **Литература**

1. Байков В.П., Киселев В.Б., Любарский К.А. Способ определения скоростей движения транспортных средств при столкновении. Патент Российской Федерации на изобретение № 2275612 от 01.03.2001. Бюл.№12 от 27.04.2006.- М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам, 2006.-15с.
2. В.П.Байков, В.И.Гутник, Киселев В. Б. Учет потерь кинетической энергии при столкновении транспортных средств. Вестник Донбасской государственной машиностроительной академии №1 (11), 2008, с.37-42.
3. Павловский М.А., Пулята Т.В. Теоретическая механика. – К.: Вища школа, 1985.-328с.
4. Иларионов В.А. Экспертиза дорожно-транспортных происшествий. – М.: Транспорт, 1989.- 255с.
5. Байков В.П., Кисельов В.Б., Любарський К.А. Спосіб визначення швидкостей руху транспортних засобів при зіткненні. Деклараційний патент на винахід № 54738 від 11.03.2002. Бюл.№3 від 17.03.2003.- К.: Державний департамент інтелектуальної власності, 2003.-6с.
6. Огородников В.А. и др. Энергия. Деформации. Разрушение (задачи автотехнической экспертизы). – Винница: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2005.-204с.