

ISSN 2521-1943

Mechanics

and Advanced Technologies



Volume 6 • Number 2

2022



National Technical University of Ukraine
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

Mechanics and Advanced Technologies

Vol. 6, No. 2, 2022

Founded in 2017

Editor-in-chief

Mukola Bobyr
(Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic
Institute, Ukraine)

Deputy editor-in-chief

Oleksandr Lugovskyi
(Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic
Institute, Ukraine)

Georgy Krivov
(Ukrainian Research Institute of
Aviation Technology, Ukraine)

Executive editor

Yuriy Danylchenko
(Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic
Institute, Ukraine)

The international science-and-technology
journal "**Mechanics and Advanced Technologies**"
is the successor to the reader in mechanical engineering
"**Journal of Mechanical Engineering NTUU "Kyiv
Polytechnic Institute**"
(ISSN 2305-9001, e-ISSN 2409-5966). Year of issue 1967-2017

Registration Certificate
KB №22698-12598PP від 04.05.2017р

According to the Ministry of Education and Science of Ukraine
orders №1643 of December 28, 2019 "Mechanics and
Advanced Technologies" was included to the List of academic
editions of Ukraine on technical sciences, category "B"

Advised is published by the decision:
the Scientific Council of Institute of Mechanical Engineering,
protocol No. 2 of 26 September 2022.

Editorial Board

Mechanics	Up-to-date machines and the technologies of mechanical engineering	Aviation Systems and Technologies
<p><i>Editors in charge</i> Holm Altenbach (IFME, Otto-von-Guericke- University Magdeburg, Germany)</p> <p><i>Editorial Board</i> Mykhailo Shtern (Institute of Problems in Materials Sciences NAS of Ukraine, Ukraine) Yevhen Nykyforovych (Institute of Hydromechanics NASU, Ukraine) Vladyslav Golub (S.P. Timoshenko Institute of Mechanics, Ukraine) Jaroslav Stryczek (Politechnika Wroclawska, Poland) Vadim Silberschmidt (Loughborough University, Great Britain) Eugene Olevsky (San Diego State University, United States) Valery I. Levitas (Iowa State University, USA) Chunliang Zhang (Guangzhou University, China)</p>	<p><i>Editors in charge</i> Pavlo Tryvailo (RMIT University, Melbourne, Australia)</p> <p><i>Editorial Board</i> Ihor Kryvtsun (Paton Institute of Electric Welding Ukraine) Oleksii Kachan (Motor Sich JSC, Zaporozhye, Ukraine) Rostyslav Iskovyich-Lototskyi (Vinnitsia National Technical University, Vinnitsia, Ukraine) Ljubodrag Tanovic (University of Belgrade, Belgrade) Mikhael Storchak (University of Stuttgart, Germany) Venelin Stojanov Jivkov (Technical University of Sofia, Bulgaria) Dmytro Orlov (Lunds Universitet, Lund, Sweden)</p>	<p><i>Editors in charge</i> Jacob Kleiman (University of Toronto, Canada)</p> <p><i>Editorial Board</i> Konstantyn Zworykin (Ukrainian Research Institute of Aviation Technology, Ukraine) Piolo Igor (University of Ontario Institute of Technology, Canada) Josef Kaspar (Aerospace Research and Test Establishment, Czech Republic) Haeng Muk Cho (Kongju National University, Korea) Sven Jüttner (IWF, Otto-von-Guericke- University Magdeburg, Germany)) Weiqing Huang (Guangzhou University, China) Josef Kaspar (Aerospace Research and Test Establishment, Czech Republic)</p>

Composition of the advisory board

Vitalii Pasichnyk, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Ukraine.
Sergiy Shukayev, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute".
Oleh Yakhno, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute".
Vasyl Strutynskyi, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute".
Viktor Maiboroda, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Ukraine.
Yurii Kuznietsov, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Ukraine.
Yurii Petrakov, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Ukraine.
Viacheslav Titov, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Ukraine.
Oleh Korostelov, Luch Design Bureau, Ukraine.
Ihor Kravchenko, SE Ivchenko-Progress, Ukraine.

Purpose of edition is to get acquainted with the latest achievements in mechanical engineering, the results of scientific achievements and improved methods of calculation and planning of elements in mechanical engineering constructions. The edition is intended for scientists and scientific and technical specialists in the branch of mechanical engineering.

Articles have been presented in author's version.

The journal publishes only peer-reviewed articles.

The Editorial Board reserves the right to place the authors provided information in different databases.

The collected article is included into general state abstract database "Ukrainika scientific) and international scientometric databases: DAOJ, Index Copernicus, Google Scholar, Open Academic Journals Index (OAJI), WorldCat, BASE, EBSCO.

Editorial office

Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute,
 building 1, Ave. Peremogy, 37,
 Kyiv, 03056, Ukraine
 Tel. (+38 044) 204-95-37
 E-mail: mmi_2@ukr.net
<http://journal.mmi.kpi.ua/>

Editor
Iryna Babiienko

Desktop publishing
Victoria Lysenko



National Technical University of Ukraine
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

Mechanics and Advanced Technologies

Vol. 6, No. 2, 2022

Заснований в 2017

Головний редактор

**Бобир
Микола Іванович**
КПІ ім. Ігоря Сікорського (Україна)

Заст. головного редактора

**Кривов
Георгій Олексійович**
Український НДІ авіаційних
технологій (Україна)

**Луговський
Олександр Федорович**
КПІ ім. Ігоря Сікорського (Україна)

Відповідальний секретар

**Данильченко
Юрій Михайлович**
КПІ ім. Ігоря Сікорського (Україна)

Міжнародний науково-технічний журнал "Mechanics and Advanced Technologies" являється правонаступником збірника "Вісник національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут". Серія машинобудування" (ISSN 2305-9001, e-ISSN 2409-5966) заснованого в 1964 року.

Свідчення про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації
КВ №22698-12598ПР від 04.05.2017р

Входить до Переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук від 28.12.2019 категорія «Б»

Розглянуто і рекомендовано до видання
на засіданні Вченої ради Механіко-машинобудівного інституту
(протокол № 2 від 26.09.2022р.)

Склад редакційної колегії

Механіка	Прогресивна техніка і технології машинобудування	Авіакосмічні системи та технології
<p><i>Відповідальні редактори</i> Холм Альтенбах (Отто-фон-Геріке університет Магдебурга, Німеччина)</p> <p><i>Члени редколегії</i> Штерн Михайло Борисович (ПМ ім. І.М. Францевича НАНУ, Україна), Никифорович Євген Іванович (Інститут гідромеханіки НАНУ, Україна), Голуб Владислав Петрович (Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАНУ, Україна), Ярослав Стрічек (Вроцлавський політехнічний університет, Польща), Вадим Зілбершмідт (Університет Лафборо, Великобританія), Євген Олевський (Університет штату Сан-Дієго, США), Валерій Левітас (Університет штату Айова, США), Чунліан Чжан (Гуанчжоу університет, факультет механіки та електротехніки, Китай).</p>	<p><i>Відповідальні редактори</i> Тривайло Павло Михайлович (Мельбурнський королівський технологічний університет, Австралія)</p> <p><i>Члени редколегії</i> Кривцун Ігор Віталійович (Інститут електрозварювання ім. Є. О. Патона, Україна), Качан Олексій Якович (Національний університет «Запорізька політехніка», Україна), Іскович-Лотоцький Ростислав Дмитрович (Вінницький національний технічний університет, Україна), Любодраг Тановіч (Белградський університет, Сербія), Міхаель Сторчак (Штутгартський університет, Німеччина), Венелін Стоянов Живков (Технічний університет Софії, Болгарія), Дмитро Орлов (Лундський університет, Лунд, Швеція).</p>	<p><i>Відповідальні редактори</i> Якоб Клеймен (Університет Торонто, Канада)</p> <p><i>Члени редколегії</i> Зворикін Константин Олегович (Український НДІ авіаційних технологій, Україна), Піоро Ігор Леонардович (Університет Онтаріо Інститут Технологія, Канада), Хаєнг Мук Чо (Конджукський національний університет, Корея), Ютгнер Свен (Університет ім. Отто фон Геріке, Німеччина), Вейцин Хуан (Гуанчжоу університет, Китай), Йозеф Каспар (Чеський аерокосмічний дослідний центр, Чеська Республіка).</p>

Склад консультативної ради

Тітов В'ячеслав Андрійович (КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна)
Пасічник Віталій Анатолійович (КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна)
Шукаєв Сергій Миколайович (КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна)
Петраков Юрій Володимирович (КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна)
Яхно Олег Михайлович (КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна)
Стругинський Василь Борисович (КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна)
Майборода Віктор Станіславович (КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна)
Кузнецов Юрій Миколайович (КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна)
Венелін Стоянов Живков (Технічний університет Софії, Болгарія)
Коростельов Олег Петрович (Державне Київське конструкторське бюро «Луч», Україна)
Кравченко Ігор Федорович (ДП «Івченко-Прогрес», Україна)

Журнал присвячено науково-практичним проблемам механіки деформівного твердого тіла, динаміки та міцності машин, біомеханіки, процесів обробки тиском, прикладної гідроаеромеханіки і промислової гідравліки, вдосконалення методів розрахунку і проектування елементів машинобудівних конструкцій, автоматизації та роботизації машинобудування, розробки і впровадження прогресивних технологій та машин механічної і фізико-технічної обробки матеріалів, а також зварювання.

За достовірність інформації несуть відповідальність автори.

Кожна стаття проходить подвійне сліпе рецензування.

Редакційна колегія залишає за собою право розміщувати надані авторами статті в різних інформаційних базах.

Міжнародний науково-технічний журнал «Mechanics and Advanced Technologies» включений у загальнодержавну реферативну базу даних «Україніка наукова» та міжнародні бази даних: Google Scholar, Open Academic Journals Index (OAJI), DAJO, Index Copernicus, WorldCat, BASE, EBSCO.

Адреса редакції

КПІ ім. Ігоря Сікорського
 просп. Перемоги, 37, кім. 251
 Київ, 03056, Україна
 Тел. (+38 044) 204-95-37
 E-mail: mmi_2@ukr.net
<http://journal.mmi.kpi.ua/>

Редактор
Ірина Бабієнко

Комп'ютерна верстка
Вікторія Лисенко

CONTENTS

I. Orynyak, R. Mazuryk, V. Tsybulskyi Semi-analytical implicit direct time integration scheme on example of 1-D wave propagation problem	115
O. Seminskyi Substitution of equations for evaluation of energy consumption in rotor-stator mixers	124
O. Machuga, M. Borys, Y. Lusta Methods of the terrain allowable slope determining for safe operation of specialized equipment under the non-stationary load action	130
M. Dyman, A. Moltasov, S. Kalyuzhny Calculation and experimental procedure for determining the modulus of elasticity of porous coatings on a substrate during bending. Part 1. Theoretical foundations	139
A. Pogrebniak, V. Kasperska Fatigue resistance of metal construction materials and its relationship with changes in the state of thin surface layers	143
L. Danylova, S. Lapkovskyi, V. Prykhodko Peculiarities of calculating the diameter of the hole for setting the thread-forming part	151
S. Godziy, A. Klisko, V. Myronenko Finding and analyzing of the energy and force parameters of the flange formation process by orbital stamping by rolling	161
K. Zastavskyi, V. Maiboroda The influence of the size of details on the frontal resistance forces during magnetic abrasive finishing	168
M. Orliuk Corrugation prediction in process of sheet drawing based on the results of modeling in the DEFORM environment	178
V. Kaliuzhnyi, S. Sytnyk, A. Titarenko Hot crimping in a special profile matrix of axisymmetric hollow workpieces from high carbon steel	187
I. Bernyk, I. Nazarenko, O. Luhovskyi Research and determination of the acoustic parameters of the movement of a cavitation bubble in a liquid medium according to discrete and continuous models	195
V. Zabashta Alternative technologies of composite highly loaded of aircraft structures: a qualitative method of making multi-criteria decisions. Part II. Modeling in multi-criteria evaluation of alternatives	203

ЗМІСТ

I. Orynyak, R. Mazuryk, V. Tsybulskiy Semi-analytical implicit direct time integration scheme on example of 1-D wave propagation problem	115
O. Seminskyi Substitution of equations for evaluation of energy consumption in rotor-stator mixers	124
О. Мачуга, М. Борис, Ю. Луста Методи визначення допустимого ухилу місцевості для безпечної експлуатації спеціалізованої техніки під дією нестационарного навантаження	130
М. Димань, А. Молтасов, С. Калюжний Розрахунково-експериментальна методика визначення модуля пружності пористих покриттів на підкладці при згинанні. Частина 1. Теоретичні основи	139
А. Погребняк, В. Касперська Опір втомі металевих конструкційних матеріалів та його взаємозв'язок зі змінами стану тонких поверхневих шарів	143
Л. Данилова, С. Лапковський, В. Приходько Особливості розрахунку діаметру отвору для установаження різьбоформуючої деталі	151
С. Гожій, А. Кліско, В. Мироненко Знаходження та аналіз енергосилових параметрів процесу утворення фланця орбітальним штампуванням обкочуванням	161
К. Заставський, В. Майборода Вплив розміру деталей на сили лобового опору при магнітно-абразивному обробленні	168
М. Орлюк Прогнозування гофроутворення в процесах витягування за результатами моделювання в середовищі DEFORM	178
В. Калюжний, С. Ситник, А. Титаренко Hot crimping in a special profile matrix of axisymmetric hollow workpieces from high carbon steel	187
І. Берник, І. Назаренко, О. Луговський Дослідження та визначення акустичних параметрів руху кавітаційної бульбашки в рідинному середовищі за дискретною та континуальною моделями	195
В. Забашта Альтернативні технології композитних високонавантажених авіаконструкцій: якісний метод прийняття багатокритеріальних рішень. II частина. Моделювання в багатокритеріальній оцінці альтернатив	203

Дослідження та визначення акустичних параметрів руху кавітаційної бульбашки в рідинному середовищі за дискретною та континуальною моделями

І.М. Берник¹ • І.І. Назаренко² • О.Ф. Луговський³

Received: 3 September 2022 / Accepted: 1 October 2022

Анотація. В роботі проведено дослідження та визначення акустичних параметрів руху кавітаційної бульбашки в рідинному середовищі за дискретною та континуальною моделями. В основу виконання досліджень покладена гіпотеза, що визначення ефективних параметрів робочого процесу акустичної обробки реалізується шляхом застосування перехідної фізичної моделі від дискретного до континуального виду обробки технологічного середовища. Отримані аналітичні залежності дозволяють розрахувати амплітуду коливань та частоту власних коливань. За допомогою вказаних формул представляється можливим визначити зони посилення або ослаблення амплітуди коливань для різних частот коливань. Запропонована формула для визначення частоти власних коливань, яка враховує зміни властивостей середовища від однорідного на початковій стадії до появи кавітаційних бульбашок при визначені частоти власних коливань. Наведені числові значення інтенсивності, тиску, амплітуд коливань, швидкості, прискорення, в'язкості та максимального радіусу бульбашки. Отримані числові значення можуть бути використанні в практичних розрахунках параметрів акустичної обробки різних за своєю природою та властивостям технологічних середовищ.

Ключові слова: кавітаційна бульбашка, рідинне середовище, дискретна та континуальна модель, радіус бульбашки, акустичні параметри, амплітуда та частота коливань, інтенсивність, тиск, власна частота коливань.

Вступ

На сучасному стані, внаслідок наявності високоточних датчиків та фіксуючої апаратури, експериментальне отримання високоенергетичних кавітаційних ефектів не представляє значних труднощів. Варто зазначити експериментально встановлено явище стійких пульсацій однієї газової бульбашки, яке характеризується сонолюмінесценцією. Разом з тим, до теперішнього часу не створено повністю адекватної фізичної моделі процесів, що супроводжують пульсації кавітаційної бульбашки на всіх стадіях від зародження до

сплескування. Обумовлюється це тим, що суттєва зміна та вплив реологічних та акустичних параметрів на рух кавітаційної бульбашки в рідинному середовищі приводить до широкого діапазону змін об'єму бульбашки. За таких умов практично неможливо описати весь комплекс процесів, що відбуваються в рамках якої-небудь однієї моделі. Так, наприклад, рівняння гідродинаміки стають малопридатними для опису кінцевої стадії стиснення бульбашки, оскільки мінімальний розмір бульбашки близький до розмірів кластерів молекул рідини, і умова суцільності середовища стає неможливою. Поведінка газової бульбашки в рідині може проявляти процеси коливань поверхні бульбашки, при яких відбувається порушення сферичної симетрії руху, взаємодія із сусідніми бульбашками, їх дроблення, виникнення кумулятивних мікротечій і т.д. Теоретичним дослідженням кавітаційного процесу динаміки бульбашок присвячені роботи дослідників різних напрямків. Більшість робіт направлені на вдосконалення рівняння Релея, опису стадій зародження, розвитку та сплескування бульбашок, визначення параметрів процесу, дослідженню перетворювачів акустичного апарату. Разом з тим, практично зовсім мало

✉ І. М. Берник
iryna_bernyk@ukr.net

¹ Вінницький національний аграрний університет, Вінниця, Україна

² Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ, Україна

³ КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна

робіт розгляду спільного руху системи “кавітатор – технологічне середовище”, як системи, що підкорена єдиному віброакустичному процесу. Адже з точки зору хвильової теорії процесів, спільну участь в якому беруть дві практично відмінні за властивостями підсистеми, знехтувати їхньою взаємодією, означає мати недостовірну інформацію.

Аналіз літературних джерел і постановка проблеми

Знання числових значень основних акустичних параметрів та їхньої зміни при протіканні процесу обробки рідинних середовищ, є ключовою задачею вдосконалення та відкриття нових напрямків інтенсифікації кавітаційної технології. При розгляді процесу кавітації вважається, що він складається із наступних основних стадій пульсуючого руху парогазових бульбашок: утворення, розширення, стиснення і сплескування [1–8]. Варто додати ще і стадію осциляції (коливань) бульбашок, які не встигають захлопнутися. Здійснюючи пульсуючий рух, бульбашка може пропустити один або декілька періодів стиснення. Бульбашки протягом великого числа періодів здійснюють коливання біля своїх максимальних розмірів (більш 100–1000 мкм) [6]. За підвищення амплітуди звукового тиску вище деякого критичного значення кавітаційні бульбашки досягають критичних розмірів, при яких відбувається їх виродження в довгоживучі. Цілком очевидно, що наявність таких бульбашок певною мірою знижує ефективність процесу кавітації. Причин такої поведінки бульбашки є декілька, в тому числі і інерційності рідини. Більше того, визначення достовірного значення, так званого, коефіцієнта кавітації [9–14], що являє собою відношення об’єму кавітаційних бульбашок до повного об’єму є умовним. Навіть дослідження динаміки однієї кавітаційної бульбашки по різному здійснюється та трактується в цитованих вище роботах.

Очевидно, що така відмінність може бути пояснена необхідністю врахування можливої взаємодії між бульбашками, що важливо при визначенні параметрів, особливо для реалізації резонансних режимів. Свідченням складного руху кавітаційної бульбашки є зміна її руху у часі, що зазначається в роботі [15]. Такий рух наглядно проілюстрований при імпульсному навантаженні в роботі [16] (рис. 1).

За умов гармонійного навантаження дослідження руху бульбашки [12–14] її руху в режимі розвиненої кавітації мають стабілізацію, що її об’єм знаходиться певний час в незмінному вигляді. Саме такий стан напередодні сплескування є цікавим з точки зору створення напрямків інтенсифікації визначеного технологією того чи іншого процесу кавітаційної обробки рідинного середовища. І тому основною передумовою є твердження, що визначення ефективних режимів і параметрів робочого процесу акустичної обробки техно-

логічного середовища є застосування поетапної перехідної фізичної моделі від дискретного до континуального виду (рис. 2).

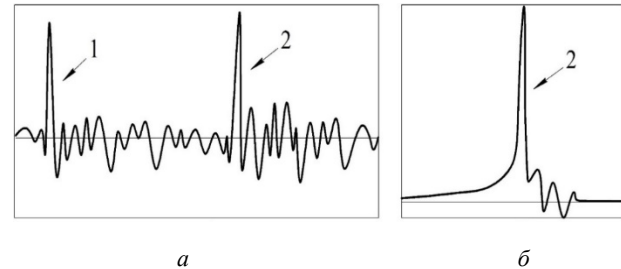


Рис. 1. Імпульси тиску на бульбашку: *a* – у часі росту бульбашки (1) та в момент його сплескування (2); *b* – момент завершення сплескування бульбашки

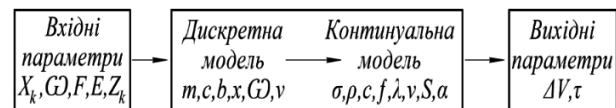


Рис. 2. Структурна схема моделі, що відображає процес протікання акустичної обробки технологічного середовища

Предбачається, що за такої схеми математичні рівняння мають з достовірністю для реальних умов, визначити акустичні параметри руху кавітаційної бульбашки в рідинному середовищі за дискретною та континуальною моделями. Такими параметрами, що підлягали визначенню являються: амплітуда та частота коливань бульбашки, інтенсивність, тиск, власна частота коливань для забезпечення резонансного режиму за дискретною та континуальною моделями.

Мета і задачі дослідження

Метою досліджень визначення акустичних параметрів руху кавітаційної бульбашки в рідинному середовищі за дискретною та континуальною моделями.

Для досягнення означеної мети вирішувалися наступні задачі:

- розробка методів дослідження акустичних параметрів руху кавітаційної бульбашки в рідинному середовищі;
- дослідження та визначення акустичних параметрів руху кавітаційної бульбашки в рідинному середовищі за дискретною моделлю;
- дослідження та визначення акустичних параметрів руху кавітаційної бульбашки в рідинному середовищі за континуальною моделлю.

Основний матеріал дослідження

Розробка методів дослідження акустичних параметрів руху кавітаційної бульбашки в рідинному середовищі

В нашій роботі [15] було зазначено, що інтегральний критерій оцінки процесу включає наступні акустичні параметри та властивості середовища

$$F = f \{A, A_i, f, v, W, P, L, t, l, p, \sigma, c, E, \rho, \mu\}, \quad (1)$$

де F – функціонал (інтегральний критерій оцінки процесу); A – амплітуда коливань контактної зони “акустичний апарат – середовище”; A_i – потокова амплітуда коливань середовища на відстані x_i від границі контактної зони “акустичний апарат – середовище”; f – частота коливань акустичного апарату; v – швидкість коливань контактної зони “акустичний апарат – середовище”; W – енергія, P – потужність; L – інтенсивність; t – час; l – характерний розмір середовища у напрямку розповсюдження в ньому акустичної хвилі; p – тиск на середовище; σ – напруження в середовищі; c – швидкість розповсюдження акустичної хвилі в середовищі; E – модуль пружності середовища; ρ – густина середовища; μ – коефіцієнт в’язкості середовища.

Інтегральними параметрами функції (1) являються інтенсивність і на її основі – енергія, та потужність [16, 17]. Інтенсивність враховує амплітуду та частоту коливань і може бути представлена через інші параметри кавітаційного процесу:

$$I = \frac{P^2}{2\rho c} = \frac{1}{2}\rho c \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho c}{\omega^2} \alpha^2 = \frac{1}{2} \rho c v_m^2. \quad (2)$$

Отже, за відомим значенням інтенсивності, щільності середовища, частоти коливань, швидкості розповсюдження хвиль, можна отримати числові значення тиску, амплітуди, швидкості та прискорення коливань:

$$p = \sqrt{2\rho c I}; A = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{2I}{\rho c}}; v = \sqrt{\frac{2I}{\rho c}}; \alpha = \omega \sqrt{\frac{2I}{\rho c}}. \quad (3)$$

Амплітуда коливань є важливим параметром, що суттєво впливає на процес пульсацій кавітаційних бульбашок. За дискретною моделлю для визначення амплітуди коливань і частоти власних коливань використано рівняння:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = F_0 \sin \omega t, \quad (4)$$

де бульбашка масою m рухається під дією змінної змушуючої сили F ; b – коефіцієнт в’язкого опору; c – коефіцієнт пружності.

Змушуюча сила $F(t)$ змінюється за гармонійним законом з амплітудою F_0 і частотою.

Можна передбачити, що шукана функція переміщення бульбашки виражається рівнянням [18]:

$$x = A_0 \sin(\omega t - \varphi), \quad (5)$$

де A_0 – амплітуда коливань бульбашки, а φ – кут зсуву фаз між переміщенням і змушуючою силою.

Після підстановки (5) в (4) та нескладних перетворень знайдемо амплітуду сталих коливань x_0 , амплітуди коливань в резонансі x_{0p} , амплітуди коливань в резонансному режимі x_{0zp} , фазового кута α , коефіцієнта демпфування b , власної частоти коливань $\omega_{вл}$, резонансної частоти коливань ω_0 , коефіцієнта динамічності λ_1 мають вигляд:

$$x_0 = \frac{F_0}{\sqrt{(c - m\omega^2)^2 + (b\omega)^2}}; x_{0p} = \frac{F_0}{b\omega}; x_{0zp} = \frac{F_0}{m\omega^2}; \quad (6)$$

$$\alpha = \arctan g \left\{ \frac{b\omega}{c - m\omega^2} \right\}; b = \frac{2\delta m}{T}; \quad (7)$$

$$\omega_{вл} = \sqrt{\frac{c}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}; \omega_0 = \sqrt{c/m}; \quad (8)$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{1 - (\omega/\omega_0)^2};$$

Амплітуда коливань впливає на амплітуду звукового тиску P_m , що безпосередньо діє на бульбашку:

$$p_m = \rho_k c_k \omega A, \quad (9)$$

де ρ_k, c_k – щільність і швидкість звуку в кавітуючій рідині. Її значення також можна визначити із (3):

$$A = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{2I}{\rho c}}. \quad (10)$$

За континуальною моделлю знаходження аналітичної залежності для визначення власної частоти коливань бульбашки використаємо хвильове рівняння:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 x}{\partial z^2}, \quad (11)$$

де $c = \sqrt{E/\rho}$ – швидкість поширення хвиль; $x(z, t)$ – переміщення в точці z в момент t щодо початкового положення. Для визначення власної частоти $\omega_{вл}$ знаходяться коефіцієнти A, B частотного рівняння (12) для конкретних граничних умов:

$$x(z) = A \cos \frac{\omega_{вл}}{c} z + B \sin \frac{\omega_{вл}}{c} z. \quad (12)$$

Це рівняння завжди трансцендентне і на відміну від дискретних систем має нескінченне число коренів, тобто нескінченне число власних частот.

Розглянемо граничні умови для схеми (рис. 3, а) і визначимо для цієї схеми власну частоту.

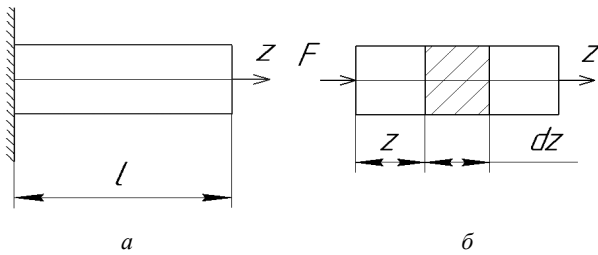


Рис. 3. Розрахункова схема системи з розподіленими параметрами: *a* – схема для визначення власної частоти; *b* – схема дії сили на систему

Так, у кінцевому перерізі $z = 0$ переміщення повинно дорівнювати нулю. Тоді $x = 0$. На вільному кінці $z = l$ поздовжня сила $F_l = 0$, що можливо за умови $\dot{x} = 0$. Тобто матимемо:

$$x(0)_{z=0} = 0; \quad \left(\frac{dx}{dz}\right)_{z=l} = 0.$$

Підставимо ці граничні умови у рівняння (12) та отримаємо:

$$A = 0; \quad B \frac{\omega_{вл}}{c} \cos \omega_{вл} \frac{l}{c} = 0. \quad (13)$$

Параметр B може мати будь-яке значення за виключенням нуля. Тоді частота може бути найдена з умови, що

$$\cos \omega_{вл} \frac{l}{c} = 0.$$

Це трансцендентне рівняння має нескінченну множину частот:

$$\omega_{вл} = \frac{\pi c}{2l} (2n - 1), \quad (14)$$

де $n = 1, 2, \dots, n$.

Наприклад, для першої гармоніки ($n = 1$):

$$\omega_{вл} = \frac{\pi c}{2l} = \frac{\pi}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (15)$$

Дослідження та визначення акустичних параметрів руху кавітаційної бульбашки в рідинному середовищі за дискретною моделлю

Використаємо рівняння (4) до опису руху однієї бульбашки в кавітаційній області:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = P_{ak} (4\pi R_0^2). \quad (16)$$

Рівняння (16) було у свій час використано Міннертом, що приведено в роботі [19] для визначення резонансної частоти коливання бульбашки за умови, що коефіцієнт демпфування $b = 0$, а маса бульбашки m та

коефіцієнт її пружності c визначалися за залежностями:

$$m = 4\pi R_0^3 \rho; \quad c = 12\pi\gamma R_0 \left(p_0 + \frac{2\sigma}{R_0}\right), \quad (17)$$

де ρ – щільність бульбашки, R_0 – розмір бульбашки, p_0 – амплітуда тиску, σ – поверхневий натяг.

Зовнішня сила $F(t)$ була представлена у вигляді:

$$F(t) = p_{ak} (4\pi R_0^2), \quad (18)$$

де p_{ak} – акустичний тиск, який змінюється у часі t за законом:

$$p_{ak} = p_0 \cos \omega t. \quad (19)$$

Використовуючи відому формулу для резонансної частоти одномасної системи $\omega_0 = \sqrt{c/m}$, підставою в нею значень c і m із (17), була отримана Міннертом залежність для визначення резонансної частоти:

$$\omega_0 \cong \frac{1}{R_0} \sqrt{\frac{3\gamma(p_0 + \frac{2\sigma}{R_0})}{\rho}}. \quad (20)$$

Варто зазначити, що формула (20) отримана для лінійного уявлення процесу руху бульбашки і не враховує зміни пружних властивостей бульбашки, її нелінійної пульсації. Важливо визначити значення амплітуди коливань бульбашки за прийнятими вище допущеннями і передмовами.

Якщо вважати, що переміщення бульбашки здійснюється за законом

$$x = A_0 \cos(\omega t + \alpha), \quad (21)$$

то в результаті підстановки (21) у рівняння (16) із урахуванням (17) отримаємо вираз для визначення амплітуди коливань бульбашки A_0 :

$$A = \frac{P_{am} (4\pi R_0^2)}{\left(12\pi\gamma R_0 \left(p_0 + \frac{2\sigma}{R_0}\right)\right) - (\omega^2 4\pi R_0^3 \rho)}. \quad (22)$$

Формулу для визначення амплітуди коливань бульбашки (22) можна представити у вигляді:

$$A = A_0 k_\delta, \quad (23)$$

де A_0 – амплітуда коливань бульбашки в зоні контакту кавітатора з технологічних середовищем, а k_δ – динамічний коефіцієнт підсилення коливань бульбашки:

$$k_\delta = \left[\frac{1}{1 - \Omega^2}\right]. \quad (24)$$

Тут $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$; ω_0 – резонансна частота коливань бульбашки.

Для резонансного режиму коливань бульбашки має виконуватися наступна умова:

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_0} = 1, \tag{25}$$

а коефіцієнт динамічності k_d , як це слідує із залежності (25) матиме вигляд:

$$k_d = \frac{1}{0} \rightarrow \infty \tag{26}$$

Амплітуда коливань бульбашки представлена залежністю (22) в резонансні прагне в безкінечність. Отже, отримані залежності засвідчують, що неврахування розсіяння енергії в рівняннях руху бульбашки приводять до у неможливості точно відобразити резонансний режим. Тому врахування розсіяння енергії у формулі для власної частоти коливань $\omega_{вл}$ є необхідною умовою для гарантованого забезпечення резонансного режиму. З цією метою використана формула, в якій враховані пружні (c_{np}) та дисипативні (δ_{np}) властивості бульбашки:

$$\omega_{вл} = \sqrt{\left[\frac{3\gamma}{\rho R_0^2} \left(P_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) - \frac{2\sigma}{\rho R_0^3} + \frac{2c_{np}}{\rho R_0^3} \right] - \left(\frac{2\pi\delta_{np}}{\omega} \right)^2}. \tag{27}$$

В таблиці 1 наведені числові значення відношення амплітуд коливань бульбашки в залежності від

коефіцієнта демпфірування для різних відношень частот коливань.

Дослідження та визначення акустичних параметрів руху кавітаційної бульбашки в рідинному середовищі за континуальною моделлю

Формула (14) отримана за континуальною моделлю при певних передумовах, що бульбашка є вільною від взаємодії з іншими бульбашками, відсутністю впливу ультразвукового перетворювача, окрім сили F_l . Тобто формула (14) за структурою та функціональною визначеністю є достовірною в рамках прийнятих граничних умов. Її реальне застосування потребує уточнення ключових параметрів: модуля пружності та щільності бульбашки – їхнього стану, залежності та числових значень на конкретному етапі стадій протікання процесу кавітації і геометричної характеристики, якою є довжина l , в напрямку якої розповсюджується хвиля.

Тому для врахування зміни властивостей середовища від однорідного на початковій стадії до появи кавітаційних бульбашок варто розглядати як нове середовище із змінними у часі параметрами. Тоді застосування формули (14) потребує корекції, яка може трансформована до виду:

$$\omega_{вл} = \frac{\pi}{2l} (2n-1) \sqrt{\frac{(E' + iE'')(t_c)}{\rho(t_c)}}, \tag{28}$$

де t_c – час, що визначає період протікання тої чи іншої стадії обробки технологічного середовища; i – мніма одиниця; E', E'' – дійсна і мніма частина комплексного модуля пружності, які визначаються за формулами:

Таблиця 1. Числові значення відношення амплітуд коливань бульбашки в залежності від коефіцієнта демпфірування для різних відношень частот коливань

№	Коефіцієнт демпфірування, b	Відношення частот коливань, ω/ω_0		Відношення амплітуд коливань, A/A_0	
1	0,005	1.1	0,75	1.1	2,25
		1.2	1,0	1.2	∞
		1.3	1,5	1.3	0.85
2	0,10	2.1	0,75	2.1	2.20
		2.2	1,0	2.2	10.00
		2.3	1,5	2.3	0.92
3	0,15	3.1	0,75	3.1	2.17
		3.2	1,0	3.2	6.75
		3.3	1,5	3.3	0.90
4	0,20	4.1	0,75	4.1	2.11
		4.2	1,0	4.2	4.85
		4.3	1,5	4.3	0.85
5	0,30	5.1	0,75	5.1	1.80
		5.2	1,0	5.2	2.00
		5.3	1,5	5.3	0.67

$$E' = \frac{\left(1 - \alpha^2 \frac{c_k^2}{\omega^2}\right) \rho_k c_k^2}{\left(1 + \alpha^2 \frac{c_k^2}{\omega^2}\right)^2}; E'' = \frac{2\rho_k c_k^2 \alpha \frac{c_k}{\omega}}{\left[1 + \left(\alpha \frac{c_k}{\omega}\right)^2\right]^2}; \quad (29)$$

В (29) коефіцієнт поглинання енергій в середовищі α визначається за залежністю:

$$\alpha = \sqrt{\frac{(\varphi + 1) \rho \omega^2}{2\varphi^2 E'}}, \quad (30)$$

де фазовий кут $\varphi = \frac{E''}{E'}$. Із наведених формул випливає, що вимірюючи швидкість розповсюдження хвиль c_k і коефіцієнт поглинання α , можемо вчислити комплексний модуль пружності. При малому коефі-

цієнті поглинання енергії (мало в'язких середовищ) $\alpha^2 \frac{c_k^2}{\omega} \ll 1$ вираз (29) можна спростити:

$$E' = \rho_k c_k^2; \quad E'' = 2\rho_k c_k^2 \alpha \frac{c_k}{\omega}. \quad (31)$$

Резонансна частота ω_0 за континуальною моделлю визначається за формулою (28).

За результатами досліджень отримані граничні значення інтенсивності для середовищ різної в'язкості (табл. 2), залежність між амплітудою коливань, в'язкістю та максимальним радіусом бульбашки (табл. 3) та залежність максимального радіуса кавітаційних бульбашок від величини звукового тиску (табл. 4), розрахункові значення амплітуд переміщення, швидкості, прискорення та тиску (табл. 5).

Таблиця 2. Граничні значення інтенсивності для середовищ різної в'язкості

Показник	Значення							
В'язкість, η , 10^{-3} Па	20	40	80	100	150	250	300	400
Інтенсивність, I_{\min} , Вт/см ²	1,75	2,00	2,45	2,55	3,75	7,50	12,50	16,00
Інтенсивність, I_{\max} , Вт/см ²	4,35	6,00	7,55	7,75	10,35	17,00	21,55	35,00

Таблиця 3. Залежність між амплітудою коливань, в'язкістю та максимальним радіусом бульбашки

Показник	Значення		
Амплітуда коливань, мкм	4,0	12,0	20,0
В'язкість, 10^{-3} Па·с	1,0	30,0	50,0
Максимальний радіус бульбашки, мкм	35,0	48,0	60,0
Поверхневий натяг бульбашки, 10^{-3} Н/м	1	72	150

Таблиця 4. Залежність максимального радіуса кавітаційних бульбашок від величини звукового тиску

Показник	Значення					
Величина звукового тиску, 10^3 Па	500	1000	1500	2000	2500	3000
Відношення радіусів бульбашки, R_{\max}/R_0	160	270	350	420	460	520

Таблиця 5. Розрахункові значення амплітуд переміщення, швидкості, прискорення та тиску

№	Щільність середовища ρ , кг/м ³	Швидкість розповсюдження хвиль в середовищі, c , м/с	Довжина хвилі, λ	Амплітуда коливань, $A \cdot 10^{-2}$ мкм	Амплітуда швидкості, $V \cdot 10^{-3}$ м/с	Амплітуда прискорення, $a \cdot 10^{-3}$ м/с ²	Тиск, $p \cdot 10^3$, Па
1	985	1500	0.068	0,841	116,340	160,825	171,901
2	850	1000	0.045	1.109	153,390	212,035	130,384
3	750	500	0.022	1,670	230,940	319,229	866,025
4	700	400	0.018	1,933	267,600	369,435	748,331
5	650	300	0.014	2,316	320,250	442,691	624,500
6	650	200	0.009	2,837	392,230	542,183	509,902
7	600	100	0.0045	4,176	571,360	798,072	346,410
8	600	50	0.0022	5,906	816,490	1128,640	244,949
9	600	30	0.0013	7,625	1954,090	145,707	189,737

Обговорення результатів досліджень

Формула (20), що отримана Міннетом відображає лінійне уявлення процесу руху бульбашки і не враховує зміни пружних властивостей бульбашки, її нелінійної пульсації. Тому амплітуда коливань бульбашки представлена залежністю (22) в резонансній прагне в безкінечність. Отримані залежності засвідчують, що неврахування розсіяння енергії в рівняннях руху бульбашки приводять до у неможливості точно відобразити резонансний режим. Тому врахування розсіяння енергії у формулі для власної частоти коливань $\omega_{вл}$ є необхідною умовою для гарантованого забезпечення резонансного режиму. Визначені раціональні параметри, що реалізують підвищення ефективності протікання кавітаційного процесу за умов мінімізації енергетичних витрат: граничні значення інтенсивності для середовища різної в'язкості (табл. 2); залежність між амплітудою коливань, в'язкістю та максимальним радіусом бульбашки (табл. 3); залежність максимального радіуса кавітаційних бульбашок від величини звукового тиску (табл. 4); розрахункові значення амплітуд переміщення, швидкості, прискорення та тиску (табл. 5); аналітичні залежності для визначення власних частот коливань за дискретною (27) та континуальною (28). Є певні допущення в отриманих результатах роботи. В дійсності, будь-яке середовище, сприймаючи той чи інший рівень енергії, реагує по-різному. Реакція середовища на вплив синусоїдальної сили не є гармонійною, оскільки середовище, ставши дисперсним, є нелінійним і стає носієм різних, за реологічними властивостями, характеристик. Адже саме наявність субгармонік або супергармонік є характерною рисою нелінійності системи. Цей висновок авторами буде враховано в подальших дослідженнях. В цілому результати досліджень в рамках прийнятих допущень розширяють наші уявлення про процес руху бульбашок в кавітаційній області і можуть бути використанні в практичних розрахунках параметрів акустичної обробки різних за

своєю природою та властивостям технологічних середовищ.

Висновки

1. В основу виконання досліджень покладена гіпотеза, що визначення ефективних параметрів робочого процесу акустичної реалізується шляхом застосування перехідної фізичної моделі від дискретного до континуального виду обробки технологічного середовища.

2. Досліджено та визначено акустичні параметри руху кавітаційної бульбашки в рідинному середовищі за дискретною моделлю. Отримані вирази (22) та (27) дозволяють розрахувати амплітуду коливань та частоту власних коливань. За допомогою вказаних формул представляється можливим визначити зони посилення або ослаблення амплітуди коливань для різних частот коливань.

3. Досліджено та визначено акустичні параметри руху кавітаційної бульбашки в рідинному середовищі за континуальною моделлю. Отримана формула (14) та (27) для визначення частоти власних коливань. Для врахування зміни властивостей середовища від однорідного на початковій стадії до появи кавітаційних бульбашок при визначенні частоти власних коливань запропонована формула (28).

4. Наведені числові значення: інтенсивності для середовищ різної в'язкості (табл. 2), амплітуди коливань, в'язкість та максимальний радіус бульбашки (табл. 3), залежність максимального радіуса кавітаційних бульбашок від величини звукового тиску (табл. 4), розрахункові значення амплітуд переміщення, швидкості, прискорення та тиску (табл. 5). Отримані числові значення можуть бути використанні в практичних розрахунках параметрів акустичної обробки різних за своєю природою та властивостям технологічних середовищ.

References

- [1] A.F. Lugovskoy and N.V. Chukhrayev, *Ultrazvukovaya kavitatsiya v sovremennykh tekhnologiyakh*, Kyiv: Kyivskiy universitet, 2007, 245 p.
- [2] A.A. Dolinskij and G.K. Ivanickij, *Teplomassoobmen i gidrodinamika v parozhidkostnyh dispersnyh sredah. Teplofizicheskie osnovy diskretno-impulsnogo vvoda jenerгии*, Kiev: Naukova dumka, 2008, 381 p.
- [3] N. Bretz, et al., "Numerical simulation of ultrasonic waves in cavitating fluids with special consideration of ultrasonic cleaning", *IEEE Ultrasonics Symposium*, pp. 703–706, 2005.
- [4] E.A. Brujan and P.R. Williams, "Bubble dynamics and cavitation in non-newtonian liquids", *Rheology reviews. The British Society of Rheology*, pp. 147–172, 2005.
- [5] A. Juan, "Gallego-Juarez High-power ultrasonic processing: recent developments and prospective advances", *Physics Procedia*, No. 3, pp. 35–47, 2010. DOI: doi.org/10.1016/j.phpro.2010.01.006
- [6] T. A. Du, Ch. Huang and Y. Wang, "Numerical Model for Evolution of Internal Structure of Cloud Cavitation", *ISROMAC-2016 (International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery)*, April, pp. 10–15, 2016.
- [7] R. Toegel, S. Stefan Luther and D. Lohse, "Viscosity Destabilizes Sonoluminescing Bubbles", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 96, pp. 114–301, 2006. DOI: doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.114301

- [8] A. Moshaii and R. Sadighi-Bonabi, "Role of liquid compressional viscosity in the dynamics of a sonoluminescing bubble", *Phys. Rev. E*, Vol. 70, pp. 160–304, 2004. DOI: doi.org/10.1103/PhysRevE.70.016304
- [9] D.J. Flannigan and K.S. Suslick, "Molecular and atomic emission during single bubble cavitation in concentrated sulfuric acid Acoustics", *Research Letters Online*, Vol. 6, No. 3, pp. 157–161, 2005. DOI: doi.org/10.1121/1.1897810
- [10] I.M. Fedotkin and I.S. Gulyy, *Kavitatsiya. kavitatsionnaya tekhnika i tekhnologiya. ikh ispolzovaniye v promyshlennosti*, Kyiv: AO "GLAZ", 2000, 684 p.
- [11] R.F. Kunz *et al.*, "A preconditioned Navier-Stokes method for two-phase flows with application to cavitation prediction", *Computers and Fluids*, No. 29(8), pp. 849–875, 2000. DOI: doi.org/10.1016/S0045-7930(99)00039-0
- [12] A.K. Singhal *et al.*, "Mathematical Basis and Validation of the Full Cavitation Model", *Journal of Fluids Engineering*, No. 124(3), pp. 617–624, 2002. DOI: https://doi.org/10.1115/1.1486223
- [13] V.H. Arakeri, "Sonoluminescence and bubble fusion", *Current science*, Vol. 85, No. 7, pp. 911–916, 2003.
- [14] C.E. Brennen, *Cavitation and bubble dynamics*, New York: Oxford University Press, 1995, 294 p.
- [15] I. Bernyk, I. Nazarenko, O. Luhovskyi, "Effect of rheological properties of materials on their treatment with ultrasonic cavitation", *Materials and technology*, No. 4 (52), pp. 465–468, 2018. DOI: doi.org/10.17222/mit.2017.021
- [16] I.M. Bernyk, O.F. Luhovskyi, "Enerhetyka kavitatsiinoi oblasti", in *Proc. XX Mizhnarodnoi naukovo-tekhnichnoi konferentsii "Hydroaeromekhanika v inzhenerii praktytsi"*. Kyiv NTUU "KPI", 25–29 May, 2015.
- [17] I.M. Bernyk "Vstanovlennia ratsionalnoho rivnia enerhii ta optimalnykh parametriv ultrazvukovoi kavitatsiinoi obrobky tekhnolohichnykh seredovysch", in *Proc. XVII Mizhnarodnoi naukovo-tekhnichnoi konferentsii "Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh" NU "Lvivska politekhnika"*, pp. 47–48, 2018.
- [18] I.I. Nazarenko, *Prykladni zadachi teorii vibratsiinykh system*, Kyiv: Vydavnychiy Dim "Slovo", 2010, 440 p.
- [19] R.W. Time and A.H. Rabenjaminantsoa, "Cavitation Bubble Regimes in Polymers and Viscous Fluids", *Annual transactions of the Nordic rheology society*, Vol. 19, pp. 9–12, 2011.

Research and determination of the acoustic parameters of the movement of a cavitation bubble in a liquid medium according to discrete and continuous models

I. Bernyk, I. Nazarenko, O. Luhovskyi

Abstract. In the work, the study and determination of the acoustic parameters of the movement of a cavitation bubble in a liquid medium according to discrete and continuous models was carried out. The research is based on the hypothesis that the determination of the effective parameters of the work process of acoustic processing is implemented by applying a transitional physical model from a discrete to a continuous type of processing of the technological environment. The obtained analytical dependences allow to calculate the amplitude of oscillations and the frequency of natural oscillations. With the help of the specified formulas, it is possible to determine the zones of amplification or attenuation of the amplitude of oscillations for different frequencies of oscillations. The proposed formula for determining the frequency of natural oscillations, which takes into account changes in the properties of the medium from homogeneous at the initial stage to the appearance of cavitation bubbles at the specified frequency of natural oscillations. Numerical values of intensity, pressure, amplitude of oscillations, velocity, acceleration, viscosity and maximum bubble radius are given. The obtained numerical values can be used in practical calculations of acoustic processing parameters of different nature and properties of technological environments.

Keywords: cavitation bubble, liquid medium, discrete and continuous model, bubble radius, acoustic parameters, amplitude and frequency of oscillations, intensity, pressure, natural frequency of oscillations.