

**Сивак Р. І.**

д. т. н., доцент

**Вінницький національний
аграрний університет****Sivak R.****Vinnitsia National
Agrarian University****УДК 621.73.011.001.5****DOI: 10.37128/2306-8744-2020-2-11****ВИЗНАЧЕННЯ КІНЕМАТИКИ
ДЕФОРМУВАННЯ НА ОСНОВІ
СПЛАЙН-АПРОКСИМАЦІЙ**

Для апроксимації функцій току пропонується використовувати згладжувальні кубічні сплайн-функції. Структура обраного функціоналу забезпечує мінімальну кривизну сплайну і найменше відхилення сплайна від функції, що згладжується у вузлах. Необхідне співвідношення між цими вимогами забезпечується вибором вагових коефіцієнтів. Реалізація алгоритму апроксимації функції току здійснюється шляхом переходу від сітки, створеної лініями току і допоміжними лініями до прямокутної сітки. Для зменшення впливу випадкових помилок експериментальної інформації на лінії току використано алгоритм згладжування функції із заданою точністю. Виконано інтерполяцію функції току з фізичної сітки в розрахункову. Для розрахунку швидкостей деформації здійснено апроксимацію швидкостей течії. Для оцінки точності розрахунків пропонується використовувати відхилення від умови нестисливості.

Основний недолік полягає в тому, що їх поведінка в околі деякої точки визначає їх поведінку в цілому. В зв'язку з цим в останні роки розробляються інші підходи до наближень, вільні від цього недоліку. Одним з таких підходів, що добре зарекомендував себе як в теоретичних дослідженнях, так і в практичних застосуваннях, є використання так званих сплайнів. Сплайнами називаються функції, які склеєні з різних кусків поліномів за фіксованою системою. Найпростіший приклад – ламані. Сплайни природно виникають в багатьох механічних задачах. Наприклад, форму сплайна має пружна балка з точковими навантаженнями. Серед сплайнів найважливішу роль відіграють поліноміальні сплайни, склеєні з кусків многочленів. Розвитку теорії таких сплайнів і їх популяризації сприяли праці І.Шенберга. Поліноміальні сплайни починають використовуватися в багатьох прикладних задачах, пов'язаних з наближенням функцій.

Ключові слова: напружено-деформований стан, чотирикутна пластина, ортотропний матеріал, метод сплайн-колокації, метод дискретної ортогоналізації, перетворення координат.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для моделювання деформовності заготовок необхідно накопичення даних про напружено-деформований стан, що дозволяє проектувати і удосконалювати технологічні процеси обробки тиском. Ефективність використання як накопичених даних, так і результатів моделювання залежить від вибору аналітичних уявлень про них. Розрахунковий апарат оцінки деформовності заготовок, був закладений в роботах Г. А. Смірнова-Аляева, В.

Л. Колмогорова, Г. Д. Деля, В. А. Огороднікова и ін. [1, 2] отримав широкий розвиток і застосування в роботах [3, 4, 5]. Однак питання, пов'язані з аналізом існуючих і побудовою нових апроксимацій експериментальних даних, детального дослідження в зазначених роботах не отримали.

Постановка проблеми. Як конструктивні елементи різноманітних виробів, частин механізмів та споруд на сьогодні пластини широко застосовуються практично в



усіх галузях: будівництві, машинобудуванні, приладобудуванні, транспорті. Постійно зростаючі вимоги до міцності, надійності, стійкості до впливу зовнішніх факторів з одночасним обмеженням ваги та вартості виготовлення технічних виробів обумовлюють безперервний пошук нових матеріалів, що передбачає, у тому числі, проведення розрахунків міцності та надійності відповідних елементів новостворюваних та існуючих конструкцій, потребує отримання інформації щодо їх напружено-деформованого стану у тих чи інших умовах експлуатації.

Вдосконалення та поява нових композитних матеріалів, де суттєва анізотропія та неоднорідність властивостей є скоріше нормою ніж винятком, постійно розширює коло задач, у тому числі щодо розрахунків міцності на надійності. Це, в свою чергу, ставить нові питання щодо описання поведінки пластин та оболонки, потребує нових теорій, моделей, методів або перевірки існуючих в нових умовах та з використанням сучасних методів досліджень.

Формулювання мети досліджень. Основною метою дослідження є розробка підходу, що дозволить розв'язувати задачі про напружено-деформований стан ортотропних пластин у формі довільного опуклого чотирикутника.

Викладення основного матеріалу дослідження. Як елементи різноманітних конструкцій пластини мають широке застосування у будівництві, авіабудуванні, машинобудуванні, приладобудуванні та інших галузях, чим пояснюється незникаючий інтерес до методів і підходів їх дослідження. Визначення параметрів напружено-деформованого стану є одним з перших і важливих кроків на шляху отримання відповідей на актуальні питання щодо міцності та надійності вузлів машин та споруд, прогнозування їх поведінки при різних умовах навантаження.

Для розрахунку швидкостей течії

$$\begin{aligned} v_z &= \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \\ v_r &= -\frac{1}{2\pi r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \end{aligned} \quad (1)$$

і швидкостей деформацій

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_\phi &= \frac{v_r}{r} = -\frac{1}{2\pi r^2} \frac{\partial \psi}{\partial z} \\ \dot{\varepsilon}_z &= \frac{v_z}{z} = \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z \partial r} \\ \dot{\varepsilon}_r &= \frac{\partial v_r}{\partial r} = +\frac{1}{2\pi r^2} \frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z \partial r} = -\dot{\varepsilon}_\phi - \dot{\varepsilon}_z \quad (2) \\ \dot{\gamma}_{rz} &= \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} = \frac{1}{2\pi r} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \end{aligned}$$

необхідно знати функції току або апроксимацію експериментальних значень функцій току. Для апроксимації функції току нами використані згладжувальні кубічні сплайн-функції [6]

$$S_i(x) = \sum_{j=1}^3 a_{i,j} (x - x_i)^j, \quad (3)$$

$x \in [x_i, x_{i+1}],$
 $i=1, \dots, N-1,$

де N - число вузлів сплайна.

В [6] показано, що згладжувальний кубічний сплайн отримують при розв'язку задачі по мінімізації функціонала

$$\int_{x_1}^{x_N} |S''(x)|^2 + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\rho_i} (f_i - S(x_i))^2 \quad (4)$$

де f_i - значення функції, що згладжується у вузлі,

$\rho_i \geq 0$ - ваговий коефіцієнт,

x_1, x_N - границі області визначення функції $f(x)$.

Така структура функціоналу (4) забезпечує мінімальну кривизну сплайну $S(x)$ і, одночасно, найменше відхилення сплайна від функції, що згладжується у вузлах. Необхідне співвідношення між цими вимогами забезпечується вибором вагових коефіцієнтів.

Для реалізації алгоритму апроксимації функції току перейдемо від сітки, створеної лініями току і допоміжними лініями (рис. 1) до прямокутної сітки (рис. 2). Найбільш зручною з точки зору алгоритмічності буде така розрахункова сітка, вузли якої попадають на криволінійну границю області (рис. 2). Пропонується наступний алгоритм побудови такої сітки для областей, у яких Γ_0 співпадає з віссю z .

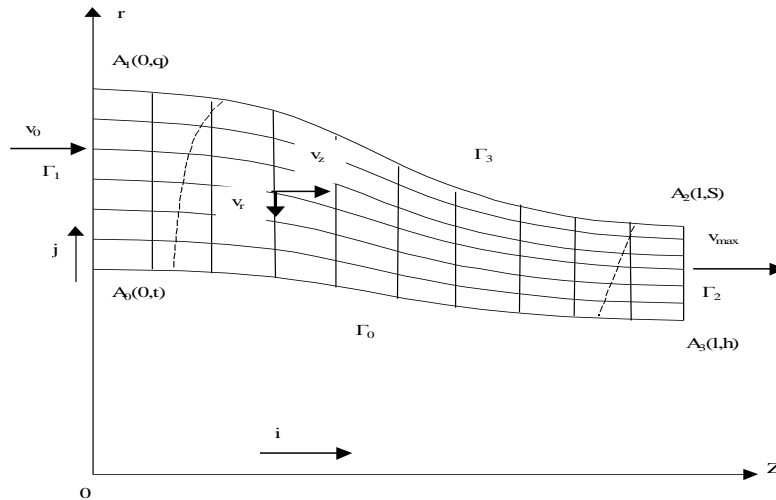


Рис. 1. До визначення кінематики деформування при осесиметричній течії у каналі, який сходиться, $i=1\dots n$, $j=1\dots m$, де n – кількість допоміжних ліній, m – кількість ліній току, включаючи Γ_0 і Γ_3 . v_0 і v_{max} – швидкості частинок матеріалу на вході в канал і на виході з нього.

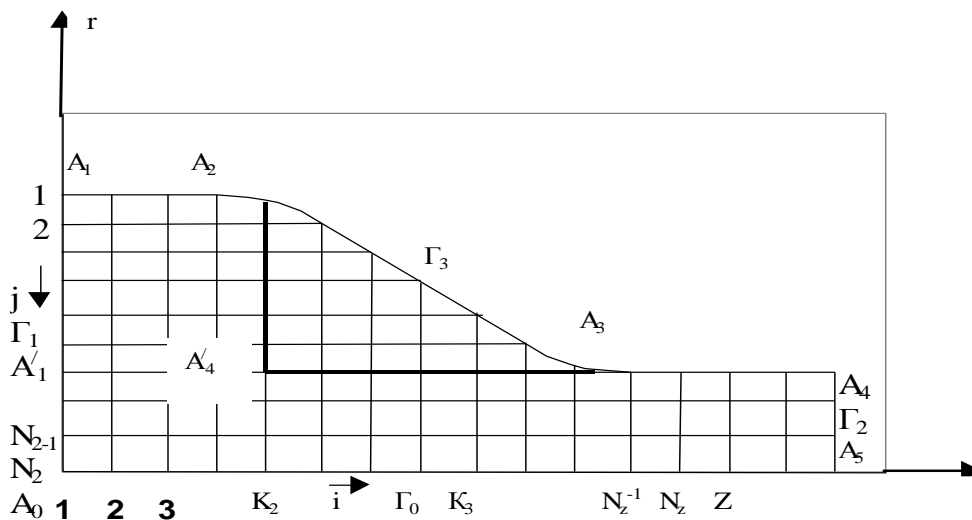


Рис. 2. До алгоритму побудови розрахункової сітки в змінних Ейлера.

На ділянках границі Γ_3 , паралельних осі z (A_1A_2 і A_3A_4), а також на лінії $A_4'A_4$ будується рівномірна розрахункова сітка з параметрами

$$\Delta_z = \frac{z_3 - z_2}{k_3 - k_2},$$

$$\Delta_r = \frac{f(z_2) - f(z_3)}{k_3 - k_2},$$

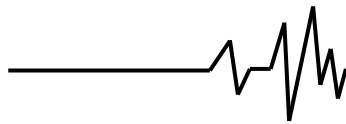
де k_2, k_3 - порядкові номери ліній, які проходять через точки A_2 і A_3 ,
 z_1, z_2, z_3 - координати точок A_1, A_2, A_3 ,

$f(z)$ - рівняння границі Γ_3 .

Для зменшення впливу випадкових помилок експериментальної інформації про лінії току використовували алгоритм згладжування функції із заданою точністю [6, 7]. Абсолютна похибка вимірювання координати r_{ij} -ої лінії току (див. рис. 1) не перевищує величину

$$\delta_{ij} = \delta_u + \delta_{i,j}^0 \quad (5)$$

де δ_u - похибки вимірювального інструменту, дорівнює половині ціни поділки,



$\delta_{i,j}^0$ - похибка, зумовлена неточністю

вимірювання координати в границях товщини лінії сітки.

Якщо вважати, що результатом

вимірювання є середина лінії сітки, то $\delta_{i,j}^0$ дорівнює половині товщини цієї лінії. Товщина лінії змінюється вздовж лінії току й з умови сталості розходу дорівнює

$$\delta_{i,j}^0 = \frac{1}{2} \delta_0 \frac{r_{1,j}}{r_{i,j}} \frac{1}{v_{zi,j}} = \delta_0 \frac{r_{i,j+1} - r_{i,j-1}}{4\Delta_f} \quad (6)$$

де δ_0 - товщина лінії сітки до деформування,

Δ_f - крок вихідної сітки (відстань між сусідніми лініями).

Швидкість v_z у (6) замінено скінченно різницевою апроксимацією формули (1).

В інших точках ліній току абсолютну похибку визначали по (5) з урахуванням (6), а при згладжуванні ліній току, яка співпадає з границею Γ_3 , приймали $\delta_{i,m} = \delta_u$. Для того щоб забезпечити виконання умови

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial z} \right|_{\Gamma_{1,2}} = 0 \quad (7)$$

необхідно задати на краях сплайна нульову першу похідну.

При згладжуванні ліній току, переходимо в розрахункову сітку, у якій лінії перпендикулярні осі симетрії, можуть не співпадати з допоміжними лініями, в яких задана вихідна інформація. Потім апроксимуємо функції току вздовж ліній розрахункової сітки перпендикулярних осі z : $\psi = \psi(z=z_i, r)$, при цьому визначаємо осьову швидкість течії по формулі (1) і виконуємо інтерполяцію функції току з фізичної сітки в розрахункову. Виконання граничних умов

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial z} \right|_{\Gamma_0} = 0, \quad (8),$$

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial r} \right|_{\Gamma_0} = 0,$$

$$\left. \frac{\partial^3 \psi}{\partial r^3} \right|_{\Gamma_3} = 0. \quad (9)$$

на границях Γ_0 і Γ_3 задовольняємо заданням відповідних крайових умов для сплайна, а також нульових вагових коефіцієнтів. Якщо граничні умови для похідних не задані, то згідно [6] приймаємо на краях нульову кривизну.

Потім апроксимуємо функції току вздовж ліній розрахункової сітки, перпендикулярних осі r : $\psi = \psi(z, r=r_j)$. На границях Γ_1 і Γ_2 згідно (12) приймаємо першу похідну і ваговий коефіцієнт рівним нулю, а у випадку, коли крайній вузол сплайна попадає на Γ_3 , першу похідну задаємо з умови ковзання частинки по границі

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = -2rv_z \frac{df}{dz}.$$

Радіальну швидкість течії визначаємо по (2.13).

Після визначення швидкостей течії переходимо до розрахунку швидкостей деформації по (2), для чого апроксимуємо швидкості течії послідовно вздовж r і z і вичислюємо відповідні похідні. Умови

$$v_z|_{\Gamma_1} = 1, \quad v_z|_{\Gamma_2} = \frac{1}{(s^2 - t^2)},$$

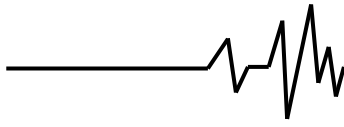
$$v_r|_{\Gamma_{1,2}} = 0, \quad \left. \frac{\partial v_z}{\partial z} \right|_{\Gamma_{1,2}} = 0,$$

а також умови осьової симетрії

$$v_r|_{\Gamma_0} = 0, \quad \left. \frac{\partial v_z}{\partial r} \right|_{\Gamma_0} = 0$$

врахували відповідними краєвими умовами сплайна і нульовими ваговими коефіцієнтами. Швидкості деформації, розраховані по алгоритму, основаному на апроксимації вихідних даних функціями одного аргументу, можуть не задовольняти умови нестисливості. Відхилення від умови нестисливості можна використати для оцінки точності розрахунків.

$$\delta_{\varepsilon}^{ij} = \frac{\dot{\varepsilon}_{\varphi} + \dot{\varepsilon}_r + \dot{\varepsilon}_z}{\dot{\varepsilon}_u} \quad (10)$$



і в середньому для заготовки

$$\delta_{\varepsilon} = \frac{1}{N} \sum_{i,j} \left| \delta_{\varepsilon}^{ij} \right| \cdot 100 \% \quad (11)$$

де N - загальне число вузлів розрахункової сітки.

Як показали чисельні експерименти [6] середня похибка дорівнює $\delta_{\varepsilon} = 8 \dots 10\%$.

Ступінь деформації визначали інтегруванням інтенсивності швидкостей деформацій уздовж ліній току, тобто в лагранжево-ейлерових змінних. Так як інтенсивність швидкостей деформацій визначена у змінних Ейлера, то необхідно інтерполювати її у фізичну сітку.

Час, за який частинка досягає точки з координатою z на лінії току

$$t(z, r_0) = \int_0^z \frac{dz^*}{v_z(z^*, r_0)} \quad (12)$$

обчислювали з використанням сплайн-апроксимації підінтегральної функції і послідовного інтегрування отриманого сплайна. Потім t використовували в якості аргументу при побудові апроксимації підінтегральної функції інтегрування якої також виконується з використанням сплайнів.

$$e_u(z, r) = \int_0^t \dot{\varepsilon}_u(z(\tau), r(\tau)) d\tau, \quad (13)$$

Висновок. Розроблена методика визначення кінематики деформування для стаціонарних осесиметричних процесів, основана на апроксимації експериментальних значень згладжуючими кубічними сплайнами одного аргументу.

Список використаних джерел

1. Дель Г. Д. Технологическая механика / Г. Д. Дель. – М. : Машиностроение, 1978. – 174 с.
2. Огородников В. А. Оценка деформируемости металлов при обработке давлением / В. А. Огородников. – К. : Выща шк., 1983. – 173 с.
3. Матвийчук В. А. Совершенствование процессов локальной ротационной обработки давлением на основе анализа деформируемости

металлов: монография / В. А. Матвийчук, И. С. Алиев. – Краматорск : ДГМА, 2009. – 268 с.

4. Михалевиц В. М. Тензорні моделі накопичення пошкоджень / В. М. Михалевиц. – Вінниця : УНІВЕРСУМВінниця, 1998. – 195 с.

5. Михалевиц В. М. Математичне моделювання механіки формоутворення при холодному торцевому розкочуванні / В. М. Михалевиц, В. О. Краевський. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. – 188 с.

6. Завьялов Ю. С. Квасов Б. И., Мирошніченко В. Л. Методы сплайн-функций. М.: Наука, 1980. 352 с.

7. Суворов И.К. Обработка металов давлением. М.: Высш. шк., 1973. 381 с.

8. Ogorodnikov V. A., Derevenko I. A., Sivak R. I. On the Influence of Curvature of the Trajectories of Deformation of a Volume of the Material by Pressing on Its Plasticity Under the Conditions of Complex Loading. *Materials Science*. V. 54, Issue 3, 2018. P.326–332.

9. Puzyr R., Kukhar V., Maslov A., Shchipkovskiy Y. The Development of the Method for the Calculation of the Shaping Force in the Production of Vehicle Wheel Rims. *International Journal of Engineering & Technology*, 7 (4.3). 2018. P. 30–34.

10. Maslov A., Batsaikhan J., Puzyr R., Salenko Y. The determination of the parameters of a vibration machine the internal compaction of concrete mixtures. *International Journal of Engineering & Technology*, 2018. 7 (4.3). P. 12-19.

11. Puzyr R., Haikova T., Majernik J., Karkova M., Kmec J. Experimental Study of the Process of Radial Rotation Profiling of Wheel Rims Resulting in Formation and Technological Flattening of the Corrugations. *Manufacturing Technology*, 2018. 18 (1), P. 106–111.

12. Puzyr R., Savelov D., Shchetynin V., Levchenko R., Haikova T., Yasko S., Argat R., Sira Y., Shchipkovskiy Y. Development of a method to determine deformations in the manufacture of a vehicle wheel rim. Kravchenko, S. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, – 2018. 4 (1(94)), P. 55–60.

13. Puzyr R., Haikova T., Trotsko O., Argat R. Determining experimentally the stress-strained state in the radial rotary method of obtaining wheels rims. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2016. 4 (1(82)), P. 52–60.

14. Savelov D., Dragobetsky V., Puzyr R., Markevych A. Peculiarities of vibrational press dynamics with hard-elastic restraints in the working regime of metal powders molding. *Metallurgical and Mining Industry*, 2015. 2, P. 67–74.

15. Puzyr R., Savelov D., Argat R., Chernish A. Distribution analysis of stresses across the stretching edge of die body and bending radius of deforming roll during profiling and drawing of cylindrical workpiece. *Metallurgical and Mining Industry*, 2015. 1, P. 27–32.

**Список джерел у транслітерації**

1. Del G. D. Tehnologicheskaia mehanika / G. D. Del. – M. : Mashinostroenie, 1978. – 174 s.
2. Ogorodnikov V. A. Otsenka deformiruemosti metallov pri obrabotke davleniem / V. A. Ogorodnikov. – K. : Vyscha shk., 1983. – 173 s.
3. Matvichuk V. A. Sovershenstvovanie protsessov lokalnoi rotatsionnoi obrabotki davleniem na osnove analiza deformiruemosti vetallov: monografiia / V. A. Matvichuk, I. S. Aliev. – Kramatorsk : DGMA, 2009. – 268 s.
4. Mihalevich V. M. Tenzorni modeli nakopichennia poshkodzhen / V. M. Mihalevich. – Vinnitsia : UNIVERSUM-Vinnitsia, 1998. – 195 s.
5. Mihalevich V. M. Matematichne modeliuvannia mehaniki formoutvorennia pri holodnomu tortsevomu rozkochuvanni / V. M. Mihalevich, V. O. Kraevski. – Vinnitsia : UNIVERSUM-Vinnitsia, 2008. – 188 s.
6. Zavalov, Yu. S., Kvasov, B. Y., Myroshnychenko V. L. (1980). Metodu splain-funktsyi. M.: Nauka, [in Russian].
7. Suvorov, Y. K. (1973). Obrabotka metallov davleniem. M.: Vussh. shk., [in Russian].
8. Ogorodnikov V. A., Derevenko I. A., Sivak R. I. (2018). On the Influence of Curvature of the Trajectories of Deformation of a Volume of the Material by Pressing on Its Plasticity Under the Conditions of Complex Loading. *Materials Science*, 54(3), 326–332. [in English].
9. Puzyr R., Kukhar V., Maslov A., Shchipkovskiy Y. (2018). The Development of the Method for the Calculation of the Shaping Force in the Production of Vehicle Wheel Rims. *International Journal of Engineering & Technology*, 7 (4.3) 30–34. [in English].
10. Maslov A., Batsaikhan J., Puzyr R., Salenko Y. (2018). The determination of the parameters of a vibration machine the internal compaction of concrete mixtures. *International Journal of Engineering & Technology*, 7 (4.3). 12–19. [in English].
11. Puzyr R., Haikova T., Majernik J., Karkova M., Kmec J. (2018). Experimental Study of the Process of Radial Rotation Profiling of Wheel Rims Resulting in Formation and Technological Flattening of the Corrugations. *Manufacturing Technology*, 18 (1), 106–111. [in English].
12. Puzyr R., Savelov D., Shchetynin V., Levchenko R., Haikova T., Yasko S., Argat R., Sira Y., Shchipkovskiy Y. (2018). Development of a method to determine deformations in the manufacture of a vehicle wheel rim. Kravchenko, S. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 4 (1(94)), 55–60. [in English].
13. Puzyr R., Haikova T., Trotsko O., Argat R. (2016). Determining experimentally the stress-strained state in the radial rotary method of

obtaining wheels rims. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 4 (1(82)), 52–60. [in English].

14. Savelov D., Dragobetsky V., Puzyr R., Markevych A. (2015). Peculiarities of vibrational press dynamics with hard-elastic restraints in the working regime of metal powders molding. *Metallurgical and Mining Industry*, 2, 67–74. [in English].

15. Puzyr R., Savelov D., Argat R., Chernish A. (2015). Distribution analysis of stresses across the stretching edge of die body and bending radius of deforming roll during profiling and drawing of cylindrical workpiece. *Metallurgical and Mining Industry*, 1, 27–32. [in English].

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КИНЕМАТИКИ
ДЕФОРМИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ СПЛАЙН-
АППРОКСИМАЦИИ**

Для аппроксимации функций тока предлагается использовать сглаживающие кубические сплайн-функции. Структура избранное функционала обеспечивает минимальную кривизну сплайна и малейшее отклонение сплайна от функции, сглаживается в узлах. Необходимое соотношение между этими требованиями обеспечивается выбором весовых коэффициентов. Реализация алгоритма аппроксимации функции тока осуществляется путем перехода от сетки, созданной линиями тока и вспомогательными линиями в прямоугольной сетки. Для уменьшения влияния случайных ошибок экспериментальной информации на линии тока использован алгоритм сглаживания функции с заданной точностью. Выполнен интерполяцию функции тока по физической сетки в расчетную. Для расчета скоростей деформации осуществлено аппроксимацию скоростей течения. Для оценки точности расчетов предлагается использовать отклонения от условия несжимаемости.

Основной недостаток заключается в том, что их поведение в окрестности некоторой точки определяет их поведение в целом. В связи с этим в последние годы разрабатываются другие подходы к приближений, свободные от этого недостатка. Одним из таких подходов, хорошо зарекомендовал себя как в теоретических исследованиях, так и в практических приложениях, является использование так называемых сплайнов. Сплайнами называются функции, которые склеены из разных кусков полиномов по фиксированной системой. Самый простой пример - ломаные. Сплайны естественно возникают во многих механических задачах. Например, форму



сплайна имеет упругая балка с точечными нагрузками. Среди сплайнов важнейшую роль играют полиномиальные сплайны, склеенные из кусков многочленов. Развития теории таких сплайнов и их популяризации способствовали труды И.Шенберга. Полиномиальные сплайны начинают использоваться во многих прикладных задачах, связанных с приближением функций.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, четырехугольная пластина, ортотропным материалом, метод сплайн-коллокации, метод дискретной ортогонализации, преобразования координат.

DEFINITION OF KINEMATICS OF DEFORMATION BASED ON SPLINE-APPROXIMATIONS

It is suggested to use smoothing cubic spline functions to approximate the current functions. The structure of the selected functional provides the minimum curvature of the spline and the smallest deviation of the spline from the function smoothed at the nodes. The necessary correlation between these requirements is provided by the choice of weights. The algorithm for approximating the current function is implemented by moving from a grid created by current lines and auxiliary lines to a rectangular grid. To reduce the effect of random errors of experimental information on the current line, a smoothing algorithm with a given accuracy

was used. The current function is interpolated from the physical grid to the calculated one. The flow velocities were approximated to calculate the strain rates. To estimate the accuracy of the calculations, it is proposed to use the deviation from the incompatibility condition.

The main disadvantage is that their behavior around a point determines their behavior as a whole. In this regard, other approaches to the approximation free of this deficiency have been developed in recent years. One such approach that has proven itself well in both theoretical and practical applications is the use of so-called splines. Splines are called functions that are glued together from different pieces of polynomials by a fixed system. The simplest example is broken. Splines naturally occur in many mechanical problems. For example, the spline shape has an elastic beam with point loads. Among the splines, polynomial splines glued together from pieces of polynomials play the most important role. The development of the theory of such splines and their popularization were facilitated by I. Schoenberg's work. Polynomial splines are beginning to be used in many application problems related to function approximation.

Keywords: stress-strain state, quadrangular plate, orthotropic material, spline-collocation method, discrete orthogonalization method, coordinate transformation.

Відомості про автора

Сивак Роман Іванович - доктор технічних наук, доцент, Вінницький національний аграрний університет (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, Україна, 21008, e-mail: sivak_r_i@ukr.net).

Сивак Роман Іванович - доктор технических наук, доцент, Винницкий национальный аграрный университет (ул. Солнечная, 3, г. Винница, Украина, 21008, e-mail: sivak_r_i@ukr.net).

Sivak Roman - Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Vinnytsia National Agrarian University (3 Sonyachna Street, Vinnytsia, Ukraine, 21008, e-mail: sivak_r_i@ukr.net).