

УДК 631.365

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЯ  
ТЕПЛОМАСОПЕРЕНОСУ В РОСЛИННОМУ ДИСПЕРСНОМУ МАТЕРІАЛІ  
ПРИ СУШІННІ І НАГРІВАННІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИМ ПОЛЕМ  
НАДВИСОКОЇ ЧАСТОТИ**

*Б. І. Котов., доктор технічних наук, професор*

*Подільський державний аграрно-технічний університет;*

*В. М. Бандура., кандидат технічних наук, професор*

*Вінницький національний аграрний університет;*

*Р. А. Калініченко, кандидат технічних наук, доцент*

*ВП НУБіП України «Ніжинський агротехнічний інститут»*

*e-mail: [rkalinichenko@ukr.net](mailto:rkalinichenko@ukr.net)*

**Анотація.** *За останні роки розвиток техніки для сушіння і термообробки дисперсних матеріалів значно випереджає теоретичні положення. Не тільки класична література з проблем сушіння, але і спеціальна не дає конкретних рекомендацій з проектування установок з підведенням енергії електромагнітним полем надвисокої частоти, що реалізують комбіновані принципи сушіння. Але такі установки активно впроваджуються у агропромислове виробництво за рахунок своєї універсальності, економічності, якості кінцевого продукту. В свою чергу, обґрунтування енергоефективних параметрів, режимів роботи, синтез системи управління установки, можливий лише на основі математичної моделі процесів.*

*У статті проведено теоретичне обґрунтування процесів тепломасоперееносу в рослинному дисперсному матеріалі при сушінні і нагріванні електромагнітним полем надвисокої частоти. А саме, на основі теплового і матеріального балансів визначено рівняння, які описують процеси сушіння і нагрівання при мікрохвильовому підведенні енергії до дисперсного матеріалу. Оскільки точного аналітичного розв'язку представленої математичної моделі у вигляді системи диференціальних рівнянь у частинних похідних не існує, тон наближеним рішенням визначено залежності розподілу температури і вологовмісту дисперсного матеріалу за довжиною для будь-якого моменту часу. Це є цікавим з практичної точки зору і дає можливість використовувати отриману математичну модель при енергетичному удосконаленні реалізації процесів сушіння і термообробки при мікрохвильовому підведенні енергії.*

**Ключові слова:** *тепломасопереенос, сушіння, електромагнітне поле, ідентифікація процесу*

**Актуальність.** *В системі заходів, які забезпечують тривале збереження врожаю зернових і олійних культур, важливе місце займає сушіння. До процесу*

сушіння і зерносушильних установок на сучасному етапі висуваються нові вимоги підвищення якості продукту, що висушується, енерго- і ресурсоекономічності та екологічності проведення процесу сушіння.

Найбільш розповсюджені зерносушильні установки з конвективний підведенням теплоти до матеріалу мають коефіцієнт корисної дії (тепловий) порядку 39-42%, а можливості інтенсифікації обмежені технологічними (температура нагріву матеріалу) і енергетичними (збільшення питомих витрат сушильного агента вимогами до технічних засобів). Покращення складної ситуації, що склалася в питаннях подальшого вдосконалення сушильного парку зерно продукуючих господарств може бути досягнуто застосуванням принципів адресного підведення енергії безпосередньо до матеріалу без проміжних теплоносіїв або ж у комбінації з ними.

Одним із таких напрямків інтенсифікації процесу сушіння є використання електромагнітного поля надвисокої частоти (ЕМП НВЧ) – мікрохвильове підведення енергії (мікрохвильовий нагрів). Цей спосіб забезпечує рівномірний об'ємний нагрів зернового матеріалу з утворенням декількох градієнтів переносу, що мають однонаправлену спрямованість, що суттєво інтенсифікує видалення вологи. Однак обмежує застосування даного методу висока вартість обладнання, що його реалізує і невисока потужність високочастотних установок. Тому суттєвого ефекту можна очікувати при комбінованих методах використання ЕМП НВЧ в спеціалізованих сушильних установках, наприклад, для сушіння насінневого матеріалу.

Враховуючи, що специфіка мікрохвильового сушіння вивчена недостатньо, то успішне застосування моделювання процесів тепло- і масопереносу в сушильних процесах із застосуванням ЕМП НВЧ може сприяти вибору раціональної технології і впровадженню перспективної техніки.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У технічній літературі [1-5] і наукових публікаціях останніх років [6-7] наведено достатньо даних щодо особливостей теплових і масо переносних процесів у електромагнітному полі НВЧ [8,9], математичного опису процесів нагріву і сушіння [10-12] харчових продуктів і

сільськогосподарських матеріалів. Особливості моделювання процесів сушіння і конкретні моделі подано в статтях [10,16]. Приклади практичної реалізації сушіння в ЕМП НВЧ розглянуто в роботах [13-15].

Аналіз результатів наведених досліджень дозволяє відмітити таке. Особливості тепломасопереносу в матеріалі при НВЧ-нагріванні досить детально розглянуто у фундаментальній праці О.В.Ликова [16]. На основі феноменологічних законів переносу енергії і маси сформульована повна система диференціальних рівнянь тепломасопереносу в капілярно-пористому тілі у вигляді:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a \nabla^2 \theta + \frac{\varepsilon}{c \cdot r} \frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{q_V}{c \cdot \rho_0}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = a_m \nabla^2 U + a_m \delta \cdot \nabla^2 \theta + \varepsilon \frac{\partial U}{\partial \tau}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = a_p \nabla^2 P + \frac{\varepsilon}{c_B} \frac{\partial U}{\partial \tau}, \quad (3)$$

де  $\theta$ ,  $U$ ,  $P$  – температура, вологовміст матеріалу, тиск парогазової суміші в капіляра, відповідно;  $a$ ,  $a_m$  – коефіцієнти температуропровідності і масо провідності (дифузії);  $\delta$  – термоградієнтний коефіцієнт;  $\varepsilon$  – коефіцієнт фазового перетворення;  $a_p$  – коефіцієнт фільтраційного переносу;  $c$  – питома теплоємність матеріалу;  $c_B$  – ємність тіла у відношенні до вологого повітря,  $\rho_0$  – густина сухого матеріалу.

Величина  $q_V$  – визначає теплову потужність, що виділяється в одиниці об'єму матеріалу:

$$q_V = 0.555 \cdot E^2 f \cdot \varepsilon'' \cdot \operatorname{tg} \rho \cdot 10^{-6}, \quad (4)$$

де  $E$  – напруженість електромагнітного поля;  $f$  – частота;  $\varepsilon''$  – діелектрична проникність середовища,  $\operatorname{tg} \rho$  – тангенс діелектричних втрат.

Система диференціальних рівнянь (1)-(3) з відповідними коефіцієнтами для кожного варіанту процесу, описує нестационарний тепломасоперенос при дії електромагнітного поля і враховує усі діючі в тілі потенціали переносу і рушійні сили. Але розв'язок даної системи рівнянь для форми тіл з простою геометрією у практично корисній формі може бути отриманий числовими методами для конкретних умов НВЧ-нагрівання. Тому бажано мати наближені аналітичні

розв'язки, які матимуть практичну цінність для розрахунку процесів сушіння і установок для їх реалізації.

В роботах [1,10] на основі гіпотези про одночасну дію декількох процесів, в капілярно пористому тілі, які характеризуються конкретними значеннями рухомих сил і потенціалів, до системи рівнянь О.В.Ликова (1)-(3) додано, ще два рівняння переносу вологи в тілі. Аналізуючи складові рівняння, в роботі [10] визначено проблематичність використання такої моделі і пропонується перейти до моделі у критеріальній формі використавши дані експериментів, що призводить до втрати узагальнюючого характеру аналітичного опису.

В роботах [11,12] математична модель представлена рівняннями теплового балансу для твердого матеріалу і газу, які описують нагрівання середовища додатковими джерелами теплотипотужність яких змінюється за координатою. Процес волого видалення пропонується визначати експериментально.

В роботі [9] нагрів матеріалу описано рівнянням Фур'є з додатковим джерелом (рівняння (1)), яке визначає кількість теплоти на випаровування вологи. Процес масопереносу також аналітичного рішення не має.

Таким чином відсутність аналітичних (і навіть спрощених) залежностей параметрів процесу від дії електромагнітного поля поки не дають можливості порівняння характеристики процесу і аналізу можливостей застосування.

**Мета дослідження** – визначення закономірностей процесів нагрівання і зневоднення зернового матеріалу при дії ЕМП НВЧ на основі отримання наближених компактних формул для розрахунку кінетики сушіння в періодичному і безперервному режимах в діючих і створюваних установках.

**Матеріали і методи дослідження.** В основі досліджень використано аналітично-розрахункові методи на основі загальної теорії тепло- і масопереносу О. В.Ликова, методи дослідження на основі декомпозиції математичного опису на моделі мікро- і макро рівня.

**Результати досліджень та їх обговорення.** При математичному моделюванні процесу сушіння дисперсних матеріалів з підведенням енергії електромагнітним полем НВЧ доцільно декомпонувати (поділити задачу) на два рівні [3]:

мікрокінетичний – опис кінетики сушіння одиничних частинок, бажано з простою геометричною формою (пластина, куля, циліндр) і макрокінетичний – опис процесу сушіння матеріалу в робочому об'ємі сушильної установки. Найбільш обґрунтовано реалізувати мікрокінетичний рівень опису кінетики сушіння одиничних частинок на основі системи взаємопов'язаних диференціальних рівнянь тепломасопереносу О.В.Ликова (1) - (3). Враховуючи, що найбільші труднощі при розрахунках макрокінетики сушіння за даною моделлю, є задання числових значень коефіцієнтів при частинних похідних, які, як відомо, змінюються в часі і за координатою частинки (або елементарного об'єму). Для подолання цих труднощів і отримання аналітичних (наближених) кінетичних залежностей які можна ідентифікувати за даними експериментів зробимо такі припущення спрощуючи систему (1)-(3), на основі наступних міркувань:

1) На основі даних експериментів узагальнених у роботах [5,16], можна вважати, що процес термодифузії незначно впливає на швидкість масопереносу в капілярно пористому тілі і тому другим членом рівняння (2) можна знехтувати;

2) Надлишковий тиск у тілі в процесі НВЧ нагрівання за даними експериментів [5] мало змінюється за об'ємом тіла, а більше залежить від інтенсивного фазового переходу рідина-пара, тому в рівнянні (3) перший член правої частини можна не враховувати;

3) Критерій фазового переходу  $\varepsilon$  зв'язаний з критерієм термомеханічного «втягнення» з капілярів матеріалу речовини в рідкій фазі (при високо інтенсивному нагріванні ЕМП [18]), критерієм пароутворення  $\varepsilon$  (при звичайному режимі) визначається із співвідношення:  $\varepsilon = \varepsilon' / (1 - \chi)$ , де  $\chi$  – критерій термомеханічного видалення рідини. Використання  $\varepsilon'$  дає змогу врахувати вологу, що видалається з частинки в рідкому стані (без перетворення в пару);

4) Кількість теплоти, що витрачається на пароутворення в пару  $r\Delta U$  і кількість теплоти на нагрівання рідкої води до температури випаровування  $c_w\Delta\theta$ , можна оцінити критерієм Ребіндера -  $Rb = c_w d\theta / r\Delta U$ , або критерієм Косовича -  $Ko = r\Delta U / c_w d\theta$ , де величина  $c_w$  є теплоємність води в матеріалі; в даному випадку

швидкість зміни вологовмісту матеріалу буде пропорційна зміні температури матеріалу:

$$-\frac{dU}{d\tau} = \frac{c_w}{rRb} \frac{d\theta}{d\tau} \quad (5)$$

І використовуючи співвідношення (5) можна зменшити кількість невідомих у рівнянні (1).

Використовуючи співвідношення (5) з урахуванням зроблених припущень система рівнянь (1)-(3) набуває вигляду у одновірному просторі:

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} = a_{ef} \left( \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\Gamma}{x} \frac{\partial\theta}{\partial x} \right) + \frac{q_v}{c_{ef}\rho_0}; \quad (6)$$

$$\frac{\partial U}{\partial\tau} = a' \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\Gamma}{x} \frac{\partial U}{\partial x} \right); \quad (7)$$

$$\frac{\partial P}{\partial\tau} = -\frac{\varepsilon}{c_B} \frac{\partial U}{\partial\tau}; \quad (8)$$

де  $a_{ef} = \frac{\lambda}{c_{ef}\rho}$ ,  $c_{ef} = c_w \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon'}{Rb}\right)$ ,  $a' = \frac{a_m}{1 - \varepsilon}$  – еквівалентні коефіцієнти, що

враховують вплив перемосу маси в рідкій і паровій фазах,  $\Gamma$  – коефіцієнт форми ( $\Gamma=0; 1; 2$  – для пластини, кулі і циліндра, відповідно).

В отриманій моделі тепло- і масопереносу в процесі сушіння в ЕМП НВЧ рівняння (6) і (7) можна розв'язувати окремо і їх розв'язок відомий [17,19] при визначених граничних і початкових умовах.

Рівняння (8) може бути розв'язане використовуючи розв'язок рівняння (7) для  $\bar{U}(\tau)$ .

Рівняння теплопередачі (6) враховує дію внутрішнього тепловиділення  $Q_v$  і непрямим шляхом враховує масоперенос (дифузійну складову).

Але рівняння (7) враховує дію внутрішнього джерела теплоти, що генерується ЕМП НВЧ тільки через еквівалентний коефіцієнт масопереносу (внутрішньої дифузії). Тому для визначення і врахування впливу внутрішнього тепловиділення розглянемо тепловий баланс частинки. Теплова енергія внутрішнього джерела тепловиділення витрачається на нагрівання води в тілі до температури

перетворення її в пару і на випаровування всередині капілярів [16], що можна кількісно визначити з рівняння:

$$d\tau \cdot q_v = m_w c_w d\theta + r m_0 dU. \quad (9)$$

Використовуючи критерій Ребіндера і очевидне співвідношення  $\frac{d\theta}{d\tau} = \frac{rRb}{c_w} \frac{dU}{d\tau}$  з

рівняння (9) отримаємо:

$$\frac{dU}{d\tau} = \frac{q_v}{r(m_w Rb + m_0)}. \quad (10)$$

Підставляючи отримане значення  $\frac{dU}{d\tau}$  в рівняння (2), з урахуванням припущень (першого) матимемо:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = a_m \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\Gamma}{x} \frac{\partial U}{\partial x} \right) + Q_m, \quad (11)$$

де  $Q_m = \frac{q_v \cdot \varepsilon}{r(m_w Rb + m_0)}$  – інтенсивність пароутворення під дією ЕМП.

Отримане рівняння враховує вплив ЕМП НВЧ на інтенсивність зменшення вологовмісту (швидкості сушіння).

Оскільки сушіння зернового матеріалу ЕМП НВЧ відбувається, як правило, при контакті з повітряним середовищем, тобто має місце конвективний теплообмін і масообмін то граничними умовами для розв'язку рівняння (6) і (11) будуть умови III роду. Крайові умови для тіла у вигляді кулі сформулюються так:

$$\begin{aligned} \theta(r,0) = \theta_0; \quad \frac{\partial \theta(0,\tau)}{\partial r} = 0; \quad \theta(0,\tau) \neq \infty; \\ -\frac{\partial \theta(R,\tau)}{\partial r} + \frac{\alpha_{ef}}{\lambda} [t - \theta(R,\tau)] = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

де  $\theta_0$  – початкове значення температури тіла,  $\alpha_{ef} = \alpha \frac{Rb + \varepsilon}{Rb + 1}$  – еквівалентний коефіцієнт теплообміну, що враховує масоперенос,  $R, r$  – радіус кулі і поточна координата,  $t$  – температура оточуючого середовища.

Середнє значення температури частинки за об'ємом визначається інтегруванням розподілу температури отриманого розв'язком рівняння (6) при

крайових умовах (12), визначеного у [18], обмеживши розв'язок одним членом ряду запишеться у вигляді:

$$\frac{\theta(\tau) - \theta_0}{t_c - \theta_0} = 1 + \frac{Po}{15} \left(1 + \frac{5}{Bi}\right) - \left(1 + \frac{Po}{\mu_1^2}\right) \cdot B_1 \cdot \exp\left(-\mu_1^2 \frac{a_{ef}}{R^2} \tau\right) \quad (13)$$

де  $Po = \frac{q_v R^2}{\lambda \cdot (t_c - \theta_0)}$  – критерій Померанцева;  $Bi = \frac{\alpha_{ef}}{\lambda} R$  – критерій Біо;  $\mu$  – корінь

характеристичного рівняння  $\mu = -(Bi - 1) \cdot tg \mu$ ;  $B_1 = \frac{6 \cdot Bi^2}{\mu_1^2 (\mu_1^2 + Bi^2 - Bi)}$ .

Продиференціювавши рівняння (13) за часом матимемо:

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \mu_1^2 \frac{a_{ef}}{R^2} (t_c - \theta_0) \left(1 + \frac{Po}{\mu_1^2}\right) B_1 \exp\left(-\mu_1^2 \frac{a_{ef}}{R^2} \tau\right), \quad (14)$$

З рівнянь (13) і (14) отримаємо:

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \mu_1^2 \frac{a_{ef}}{R^2} (t_c - \theta) + \frac{Po \cdot \mu_1^2 \cdot a_{ef} \cdot (t_c - \theta_0)}{15 \cdot R^2} \quad (15)$$

або розкриваючи критерій  $Po$ , матимемо:

$$\frac{d\theta}{d\tau} = K_T (t_c - \theta) + Q_v \quad (16)$$

де,  $K_T = \mu_1^2 \frac{a_{ef}}{R^2}$ ;  $Q_v = q_v \cdot \mu_1^2 \cdot \frac{a_{ef}}{\lambda}$ .

У діапазоні зміни коефіцієнта теплообміну  $\alpha=5-95$  Вт/м<sup>2</sup>·К величину  $\mu_1^2$  можна визначити за формулою  $\mu_1^2 = 2.53Bi$ .

Оскільки рівняння (11) за структурою аналогічне рівнянню (6), а крайові умови ідентичні:

$$U(r,0) = U_0; \quad \frac{\partial U(0,\tau)}{\partial r} = 0; \quad U(0,\tau) \neq \infty; \\ -\frac{\partial U(R,\tau)}{\partial r} + \frac{\beta}{a_m} [U(R,\tau) - U_p] = 0 \quad (17)$$

де  $U_p$  – рівноважний вологовміст частинки.

Розв'язок рівняння (11) за умов (17) (з використанням попередніх перетворень) запишемо у вигляді:

$$-\frac{dU}{d\tau} = K_c (U - U_p) + Q_m; \quad (18)$$



$$\text{де } K_c = a_1 \cdot Bi_m \frac{a_m}{R^2} = a_1 \frac{\beta}{R}, \quad Q_m = \frac{q_v \cdot \varepsilon \cdot a_1 \cdot Bi_m}{15 \cdot r \cdot (m_w Rb + m_0)} \left( 1 + \frac{5}{Bi_m} \right).$$

Таким чином отримані рівняння (16) і (18) описують зміну температури і вологовмісту частинки у формі кулі, тобто кінетику нагріву і сушіння частинки зернового матеріалу в ЕМП НВЧ.

Залежності  $\theta(\tau)$  і  $U(\tau)$  можна використовувати для розрахунку процесів сушіння дисперсних матеріалів в ЕМП НВЧ в періодичному режимі при постійних параметрах оточуючого середовища ( $t_c = \text{const}$ ,  $\varphi = \text{const}$ ).

Інтегруванням рівнянь (16) і (18) за початкових умов:  $\tau=0$ ;  $\theta(0) = \theta_0$ ;  $U(0) = U_0$  отримаємо:

$$\bar{\theta}(\tau) = B - (B - \theta_0) \exp(-K_T \tau); \quad (19)$$

$$\bar{U}(\tau) = A - (A - U_0) \exp(-K_c \tau); \quad (20)$$

$$\text{де } B = t_c + \frac{q_v}{K_T}; \quad A = U_p - \frac{Q_m}{K_c}.$$

Для ідентифікації дослідних даних кінетики нагрівання і сушіння матеріалу за допомогою рівнянь (19) і (20) необхідно визначити константи процесів  $K_T$ ,  $K_c$ ,  $q_v$ ,  $Q_m$  і відповідно до їх значень критерії Віта  $Rb$ , і коефіцієнти  $a$ ,  $a_m$ ,  $\beta$ ,  $\alpha$ . Найбільш простим експериментальним дослідженням є періодичний процес, тобто експериментальне визначення кривих сушіння і нагріву матеріалу в нерухомому «елементарному» шарі при встановлених параметрах середовища в якому знаходиться матеріал. У кожному рівнянні дві невідомі  $K$  і  $Q$ , тому достатньо дві точки з кожного досліді:  $\theta_1(\tau_1)$  і  $\theta_2(\tau_2)$ . Підставивши ці значення у (19) отримаємо два рівняння з яких обраховують величини  $K_T$ ,  $Q_v$  та їхні складові  $q_v$ ,  $\alpha_{ef}$ ,  $Bi$ . Аналогічно з кривих сушіння і для рівняння (20).

При розгляданні моделювання сушильного процесу на рівні макрокінетики в діючій установці безперервної дії врахуємо переміщення матеріалу і сушильного агенту, тобто розглянемо процес при змінних параметрах в часі і за координатою.

Розкриваючи повні диференціали:  $d\theta = \frac{\partial\theta}{\partial\tau}d\tau + \frac{\partial\theta}{\partial x}dx$ ,  $dU = \frac{\partial U}{\partial\tau}d\tau + \frac{\partial U}{\partial x}dx$  і

враховуючи, що  $\frac{dx}{d\tau} = v$  ( $v$  – швидкість переміщення матеріалу) перепишемо рівняння

(16) у вигляді:

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} + v_z \frac{\partial\theta}{\partial x} = K_T(t - \theta) + Q_v. \quad (21)$$

Оскільки величина температури сушильного агента  $t$  є змінною величиною:  $t = t(x, \tau)$  запишемо рівняння теплового балансу:

$$\frac{\partial t}{\partial\tau} + v_p \frac{\partial t}{\partial x} = \frac{\alpha \cdot f}{m_p c_p}(\theta - t) - \frac{K \cdot F}{m_p c_p}(t - t_{o.c}); \quad (22)$$

де  $f$ ,  $F$  – поверхня матеріалу і корпусу сушильної камери;  $K$  – коефіцієнт теплопередачі крізь стінки камери;  $v_z$ ,  $v_p$  – швидкості матеріалу і теплоносія;  $c_p$  – питома теплоємність повітря;  $t_{o.c}$  – температура оточуючого середовища.

Оскільки розв'язок системи взаємопов'язаних рівнянь (21) і (22) в аналітичному вигляді вкрай утруднений розглянемо два етапи процесу стаціонарний режим і перехідний. Дослідження перехідного процесу необхідне для синтезу САК сушильної установки.

Як відомо, в стаціонарному режимі параметри середовищ у кожній точці сушильного об'єму в часі не змінюються, тобто  $\frac{\partial\theta}{\partial\tau} = \frac{\partial t}{\partial\tau} = 0$ . Другий член правої частини рівняння (22) визначає втрати теплоти установкою в оточуюче середовище.

Стаціонарний температурний режим сушильної установки описується системою диференціальних рівнянь представлених у такому вигляді:

$$\begin{cases} T_1 \frac{d\theta}{dx} + \theta - b_1 = t \\ T_2 \frac{dt}{dx} + a_2 t - b_2 = \theta \end{cases} \quad (23)$$

Для розв'язку системи диференціальних рівнянь (23) методом виключення змінної перетворимо систему (23) до вигляду:

$$A \frac{d^2\theta}{dx^2} + B \frac{d\theta}{dx} + C\theta = D_1 \quad (24)$$

$$\frac{d^2t}{dx^2} + B \frac{dt}{dx} + Ct = D_2 \quad (25)$$

Розв'язуючи неоднорідні диференціальні рівняння (24) і (25) за граничних умов:  $x=0$ ;  $\theta(0)=\theta_1$ ;  $t(0)=t_1$  (де  $\theta_1$  і  $t_1$  значення температур зерна і теплоносія на вході в сушильну камеру при проточному русі потоків), матимемо:

$$\theta(x) = \frac{C \cdot \theta_1 - D_1}{C \cdot (r_1 - r_2)} (r_1 \cdot \exp(r_2 x) - r_2 \cdot \exp(r_1 x)) + \frac{D_1}{C}; \quad (26)$$

$$t(x) = \frac{C \cdot t_1 - D_2}{C \cdot (r_1 - r_2)} (r_1 \cdot \exp(r_2 x) - r_2 \cdot \exp(r_1 x)) + \frac{D_2}{C}; \quad (27)$$

де  $r_1, r_2 = \frac{-B \pm \sqrt{4B - 4AC}}{2A}$  – корені характеристичного рівняння.

Отримані рівняння описують розподіл температури матеріалу і сушильного агента вздовж сушильного тракту (незалежно від способу переміщення).

Для визначення зміни вологовмісту матеріалу за довжиною камери в напрямку руху в залежності від температурного режиму (розподіленого за координатою) складемо рівняння теплового балансу:

$$G_p c_p L \frac{dt}{dx} = G_z c_z L \frac{d\theta}{dx} - G_0 r_0 L \frac{dU}{dx}; \quad (28)$$

де  $G_p$ ,  $G_z$ ,  $G_0$  – масові витрати сушильного агента, матеріалу, випареної води,  $L$  – довжина сушильної камери в напрямку руху.

Продиференціювавши за координатою рівняння (26) і (27) та підставивши отримані значення в рівняння (28), після перетворень отримаємо:

$$-G_0 r_0 \frac{dU}{dx} = (k_2 G_p c_p - k_1 G_z c_z) (\exp(r_1 x) - \exp(r_2 x)); \quad (29)$$

де  $k_1 = \frac{C\theta_1 - D_1}{C(r_1 - r_2)}$ ,  $k_2 = \frac{Ct_1 - D_2}{C(r_1 - r_2)}$ .

Розв'язок рівняння (29) за граничних умов:  $x=0$ ;  $U(0)=U_1$  отримано у вигляді:

$$U(x) = U_1 - \frac{1}{k_3} \left[ \frac{1}{r_2} (1 - \exp(r_2 x)) - \frac{1}{r_1} (1 - \exp(r_1 x)) \right]; \quad (30)$$

де  $k_3 = \frac{G_0 r}{k_2 G_p c_p - k_1 G_z c_z}$ .

Отримані рівняння визначають розподіл параметрів матеріалу і сушильного агента в напрямку руху. Підстановкою в рівняння значення  $x=L$  отримаємо значення параметрів процесу на виході із сушильної установки  $\theta_2$ ,  $U_2$  і  $t_2$ . Визначивши за даними експерименту значення  $\theta_2$ ,  $U_2$  і  $t_2$  з отриманих рівнянь визначимо значення параметричних комплексів  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , а з них і інші кінетичні коефіцієнти та константи і таким чином можливо ідентифікувати математичну модель сушильної установки (рівняння 26, 27, 30).

Підставляючи похідні від залежностей  $\theta(x)$ ,  $t(x)$ ,  $U(x)$  в рівняння (21) і (22), а залежність  $\frac{dU}{dx}$  в рівняння:

$$-\left(\frac{\partial U}{\partial \tau} + v \frac{\partial U}{\partial x}\right) = K_c(U - U_p) + Q_m. \quad (31)$$

Аналогічним розв'язком можна визначити рівняння перехідних процесів для  $U(\tau)$ ,  $\theta(\tau)$ ,  $t(\tau)$ .

### **Висновки і перспективи.**

1. У результаті проведених теоретичних досліджень удосконалена класична модель тепло- і масопереносу в процесах сушіння при дії електромагнітного поля надвисокої частоти. Отримані диференціальні рівняння допускають пряме інтегрування окремих рівнянь.

2. Отримано аналітичний розв'язок спрощених рівнянь, а також формули для розрахунку процесу сушіння в періодичному і безперевному режимах дозволяють розрахувати коефіцієнти і константи рівнянь процесів переносу теплоти і маси за даними натурних експериментів.

### **Список літератури**

1. Бурдо О. Г. Нанопищевые энерготехнологии / О. Г.Бурдо. – Херсон: Издательство Гринь Д.С, 2013. – 304 с.
2. Бурдо О. Г. Эволюция сушильных установок / О. Г.Бурдо. – Одесса: "Полиграф", 2010. – 368 с.
3. Акулич П. В. Термогидродинамические процессы в технике сушки / П. В.Акулич. – Минск: ИТМО им. Лыкова, 2002. – 268 с.
4. Рогов И. А. СВЧ-нагрев пищевых продуктов / И. А. Рогов, С. В. Некрутман. – М.: Агропромиздат, 1986. – 351с.

5. Беляев М. М. Теоретические основы комбинированных способов тепловой обработки пищевых продуктов / М. М. Беляев, П. А. Тахомов. – Харьков: ХИОП, 1991. – 160 с.
6. Бурдо О. Г. Технологии направленного энергетического действия в АПК / О. Г. Бурдо // Наукові праці ОНАХТ. – 2015. – Вип.41, т.1. – С. 42-46.
7. Бурдо О. Г. Новые принципы обезвоживания зернового сырья / О. Г. Бурдо, И. И. Яровой, Н. В. Ружицкая, А. А. Борщ // Зерновые продукты и комбикорма. – 2012. – №1. – С. 42-46.
8. Яровой И. И. Розробка стрічкової установки для зневоднення рослинної сировини електромагнітним полем. Автореф. дис. канд. техн. наук. Одеса, 2013. – 22 с.
9. Дементьева Т. Ю. Інтенсифікація сушіння зернових матеріалів із застосуванням мікрохвильового електромагнітного поля. Автореф. дис. канд. техн. наук. Одеса, 2012. – 20 с.
10. Бурдо О.Г. Особенности моделирования процессов сушки при электромагнитном подводе энергии / О. Г. Бурдо, В. Н. Бандура, И. И. Яровой // Наукові праці ОНАХТ. – 2015. – Вип.39, т.2. – С. 38-43.
11. Бошкова И. Л. Математические модели тепломассопереноса в движущемся плотном слое при микроволновом конвективном и микроволновом нагреве / И. Л. Бошкова, Е. В. Георгиеш, Н. А. Колесниченко // Наукові праці ОНАХТ. – 2014. – Вип.45, т.1. – С. 46-54.
12. Календарьян В. А. Математические модели тепломассопереноса в процессе сушки дисперсных материалов при использовании микроволновой энергии / В. А. Календарьян, И. Л. Бошкова, Е. В. Островская // Харчова наука і технологія. – 2008. – №1. – С. 51-54.
13. Тучный В.П. Сушка зерна в микроволновом поле / В.П.Тучный, Л. Г. Калинин, И. Л. Бошкова, Н. В. Волгушева // Хранение и переработка зерна. – 2004. – №4. – С. 33-34.
14. Калинин Л. Г. Разработка микроволновых сушилок для зерна / Л. Г. Калинин, И. Л. Бошкова, Н. В. Волгушева // Хранение и переработка зерна. – 2004. – №7. – С. 34-35.
15. Бошкова И. Л. Циклическая микроволновая сушка плотного слоя зерновых материалов / И. Л. Бошкова, Н. В. Волгушева // Промышленная теплотехника. – 2016. – Т.38, №4.– С.31-37.
16. Лыков А. В. Теория сушки / А. В.Лыков. – М.: Энергия, 1968. – 467 с.
17. Лыков А. В. Теория теплопроводности /А. В. Лыков. – М.: Высшая школа, 1967. – 560 с.
18. Михайлов Ю. А. Сушка перегретым паром / Ю. А.Михайлов. – М.: Энергия, 1967. – 199 с.
19. Романков П. Г. Массообменные процессы химической технологии / П. Г.Романков, В. Ф.Фролов. – Л.: Химия,1990. – 384 с.

### **Referenses**

1. Burdo, O. G.(2013) . Nanopishchevyye energotekhnologii [Nano-food energy technologies]. Kherson: Izdatel'stvo Grin' D.S, 304.

2. Burdo, O. G.(2010). Evolyutsiya sushil'nykh ustanovok [Evolution of drying systems]. Odessa: "Poligraf, 368.
3. Akulich, P. V.(2002). Termogidrodinamicheskiye protsessy v tekhnike sushki [Thermohydrodynamic processes in the drying technique]. Minsk: ITMO im.Lykova, 268.
4. Rogov, I. A., Nekrutman, S. V. (1986). SVCH-nagrev pishchevykh produktov [Microwave heating food]. Moscow: Agropromizdat, 351.
5. Belyayev, M. M., Takhomov, P. A. (1991). Teoreticheskiye osnovy kombinirovannykh sposobov teplovoy obrabotki pishchevykh produktov [The theoretical basis of the combined methods of heat treatment of food]. Khar'kov: KHIOP, 160.
6. Burdo, O. G. (2015). Tekhnologii napravlenogo energeticheskogo deystviya v APK [Technologies of directed energy action in the agroindustrial complex]. Naukoví pratsí ONAKHT, 41 (1), 42 – 46.
7. Burdo, O. G., Yarovoy, I. I., Ruzhitskaya, N. V., Borshch, A. A. (2012). Novyye printsipy obezvozhivaniya zernovogo syr'ya [New principles of dehydration of grain raw materials]. Zernovyye produkty i kombikorma, 1, 42 – 46.
8. Yaroviy, Í. Í. (2013) .Rozrobka stríchkovoi ustanovki dlya znevodnennya roslinnoi sirovini yelectromagnítnim polem [Development of tape equipment for dehydration of plant raw materials by electromagnetic field]. Avtoref. dis. kand. tekhn. nauk. Odesa, 22.
9. Dement'êva, T. YU. (2012). Íntensifikatsíya sushínnya zernovikh materialív iz zastosuvannyam mikrokhhvil'ovogo yelectromagnítnogo polya [Intensification of drying of grain materials with application of microwave electromagnetic field]. Avtoref. dis. kand. tekhn. nauk. Odesa, 20.
10. Burdo, O. G., Bandura, V. N., Yarovoy I. I. (2015). Osobennosti modelirovaniya protsessov sushki pri elektromagnitnom podvode energii [Features of modeling the drying process with electromagnetic energy supply]. Naukoví pratsí ONAKHT, 39 (2), 38 – 43.
11. Boshkova, I. L., Georgiyesh, Ye. V., Kolesnichenko N. A. (2014). Matematicheskiye modeli teplomassoperenosa v dvizhushchemsya plotnom sloye pri mikrovolnovom konvektivnom i mikrovolnovom nagreve [Mathematical models of heat and mass transfer in a moving dense layer with microwave convective and microwave heating]. Naukoví pratsí ONAKHT. 45 (1), 46 – 54.
12. Kalendar'yan, V. A., Boshkova, I. L., Ostrovskaya Ye. V. (2008). Matematicheskiye modeli teplomassoperenosa v protsesse sushki dispersnykh materialov pri ispol'zovanii mikrovolnovoy energii [Mathematical models of heat and mass transfer in the process of drying dispersed materials using microwave energy], Kharchova nauka í tekhnologíya, 1, 51 -54.
13. Tuchnyy , V. P., Kalinin, L. G., Boshkova I. L., Volgusheva N. V. (2004). Sushka zerna v mikrovolnovom pole [Drying grain in a microwave field]. Khraneniye i pererabotka zerna, 4, 33 – 34.
14. Kalinin, L. G., Boshkova I. L., Volgusheva N. V. (2004). Razrabotka mikrovolnovykh sushilok dlya zerna [Development of microwave grain dryers]. Khraneniye i pererabotka zerna, 7, 34 – 35.

15. Boshkova, I. L., Volgusheva, N. V. (2016). Tsiklicheskaya mikrovolnovaya sushka plotnogo sloya zernovykh materialov [Cyclic microwave drying of a dense layer of grain materials]. Promyshlennaya teplotekhnika, 38 (4), 31 – 37.
16. Lykov, A. V. (1968). Teoriya sushki [Drying theory]. Moscow: Energiya, 467.
17. Lykov A. V. (1967). Teoriya teploprovodnosti [Theory of heat conduction]. Moscow : Vysshaya shkola, 560.
18. Mikhaylov, YU. A. (1967). Sushka peregretym parom [Superheated steam drying]. Moscow: Energiya, 199.
19. Romankov, P. N., Frolov, V. F. (2013). Massobmennye protsessy khymicheskoy tekhnolohyy [Mass transfer processes of chemical technology]. Leningrad: Khimiya, 384.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ  
ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В РАСТИТЕЛЬНОМ ДИСПЕРСНОМ  
МАТЕРИАЛЕ ПРИ СУШКЕ И НАГРЕВЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ  
СВЕРХВЫСОКОЙ ЧАСТОТЫ**

***Б. И. Котов, В. Н. Бандура, Р. А. Калиниченко***

*Аннотация.* За последние годы развитие техники для сушки и термообработки дисперсных материалов значительно опережает теоретические положения. Не только классическая литература по проблемам сушки, но и специальная не дает конкретных рекомендаций по проектированию установок с подводом энергии электромагнитным полем сверхвысокой частоты, реализующих комбинированные принципы сушки. Но такие установки активно внедряются в агропромышленное производство за счет своей универсальности, экономичности, качества конечного продукта. В свою очередь, обоснование энергоэффективных параметров, режимов работы, синтез системы управления установки, возможен лишь на основе математической модели процессов.

В статье проведено теоретическое обоснование процессов теплообмена в растительном дисперсном материале при сушке и нагреве электромагнитным полем сверхвысокой частоты. В частности, на основе теплового и материального балансов определены уравнения, описывающие процессы сушки и нагрева при микроволновом подведении энергии к дисперсному материалу. Поскольку точного аналитического решения представленной математической модели в виде системы дифференциальных уравнений в частных производных не существует, то приближенным решением определены зависимости распределения температуры и влагосодержания дисперсного материала по длине для любого момента времени. Это интересно с практической точки зрения и дает возможность использовать полученную математическую модель при энергетическом совершенствовании реализации процессов сушки и термообработки при микроволновом подведении энергии.

**Ключевые слова:** *теплообмен, сушка, электромагнитное поле, идентификация процесса*

**MATHEMATICAL MODELING AND IDENTIFICATION OF HEAT AND MASS TRANSFER IN A VEGETABLE DISPERSE MATERIAL DURING DRYING AND HEATING WITH ELECTROMAGNETIC FIELD**

***B. Kotov, V. Bandura, R. Kalinichenko***

**Abstract.** *In recent years, the development of technology for drying and heat treatment of dispersed materials is far ahead of theoretical positions. Not only the classical literature on the problems of drying, but also special does not give specific recommendations on the design of installations with the supply of energy by an electromagnetic field of ultrahigh frequency, implementing the combined principles of drying. But such plants are actively being introduced into the agro-industrial production due to their versatility, efficiency, and quality of the final product. In turn, the justification of energy-efficient parameters, operating modes, the synthesis of the installation control system is possible only on the basis of a mathematical model of processes.*

*The article presents a theoretical substantiation of the processes of heat and mass transfer in the plant dispersed material during drying and heating by the electromagnetic field of ultrahigh frequency. In particular, on the basis of the thermal and material balances, the equations describing the processes of drying and heating during microwave energy supply to the dispersed material are determined. Since there is no exact analytical solution of the presented mathematical model in the form of a system of differential equations in partial derivatives, the dependences of the temperature distribution and moisture content of the dispersed material along the length for any time point are determined by an approximate solution. This is interesting from a practical point of view and makes it possible to use the obtained mathematical model in the energy improvement of the implementation of the processes of drying and heat treatment with microwave energy input.*

**Keywords:** *heat and mass transfer, drying, electromagnetic field, process identification*